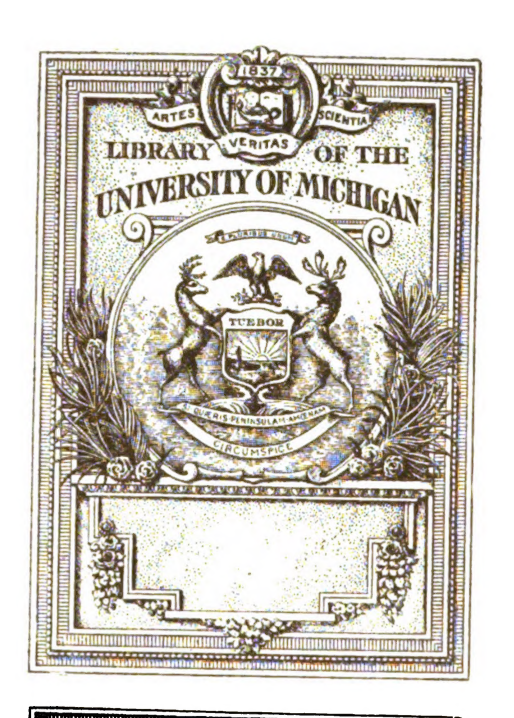



1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



CODEX LEIDENSIS

399,1.

EUCLIDIS ELEMENTA

EX INTERPRETATIONE AL-HADSCHDSCHADSCHII

CUM COMMENTARIIS AL-NARIZII.

ARABICE ET LATINE EDIDERUNT

NOTISQUE INSTRUXERUNT

R. O. BESTHORN ET J. L. HEIBERG.

PARTIS II FASCICULUS I.



HAUNIAE MDCCCC.

IN LIBRARIA GYLDENDALIANA

(F. HEGEL ET FIL.).

TYPIS EXCUDERUNT NIELSEN ET LYDICHE.

المقالة الثانية مِن كتاب اوقليدس فى الاصول

بسم الله الرحمن الرحيم

قال اوقليدس كل سطح متوازى الاضلاع قائم الزوايا فانه يحيط به الخطان المحيطان بالزاوية[1] القائمة قال المُفسّر قال ايرُن انما خصّ اوقليدس السطحَ المتوازى الاضلاع القائم الزوايا بانّه يحيط به الضلعان المحيطان بالزاوية القائمة دون المتوازى الاضلاع الذى ليس بقائم الزوايا لان مساحة المتوازى القائم الزوايا هو ما يجتمع مِن ضرب احَدِ الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة فى الضلع الآخر فهو السطح الذى يحيط به الضلعان المحيطان بالزاوية القائمة قال[2] اوقليدس وكل سطح متوازى الاضلاع فان السطحين الذين يكونان على قطره المتوازيى الاضلاع والقطر يقطعهما اذا اُضيف احدُهما الى السطحين المتمّين اللذين عن جنبتى القُطر فان جميع ذلك يسمّى العَلَمَ ∴

---

1) Atramento rubro supra scriptum; in textu: باحدى زواياه

2) Atr. rub. supra sc.: حجّاجى

Liber secundus Euclidis de elementis.

In nomine Dei misericordis miseratoris.

Euclides dixit: Quoduis parallelogrammum rectangulum duabus lineis angulum rectum comprehendentibus comprehenditur.

Enarrator dixit: Heron dixit: Euclides rectangulum solum parallelogrammum definiuit, cum duas lineas angulum rectum comprehendentes id comprehendere diceret, parallelogrammo non rectangulo excluso. Rectangulum enim parallelogrammum alteram linearum rectum angulum comprehendentium cum altera multiplicantes dimetimur; itaque id spatium est, quod duae lineae rectum angulum comprehendentes comprehendunt.*)

Euclides dixit: Si in quouis spatio parallelogrammo utrumuis parallelogrammorum, quae diametrus secat, ad duo spatia supplementa, alterum ad alteram partem diametri situm, adiungitur, hoc totum gnomon uocatur.

---

*) Cfr. Schol. Elem. II nr. 7 p. 224, 19–21.

الشكل الاول مِن المقالة الثانية

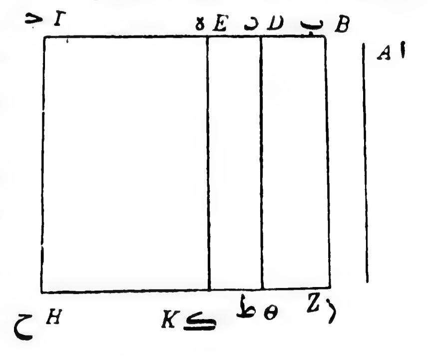
كل خطين مستقيمين يقسم احدهما باقسام كم كانت فان[1] السطح الذى يحيط به الخطان مساو لجماعة السطوح التى يحيط بها[2] الخط الذى لم يُقسم وكلُ واحد مِن اقسام الخط الاخر المقسوم مثاله ان خطى آ بج مفروضان وقد قُسم خط بج على نقطتى د ه فاقول ان السطح الذى يحيط به خطا ا بج مساو لجماعة السطوح التى يحيط بها خط آ واقسام بد ده هج برهانه انا نُقيمُ على نقطة ب عمود بز وليكن مساويًا لخط آ كما بيّنّا عمله ببرهان الشكل المضاف الى يا مِن ا ونُجيزُ على نقطة ز خط زح موازيًا لخط بج ومساويًا له كما بيّن ببرهان لا مِن ا وبمثل هذا البرهان نخرج خطوط دط هك جح موازية لخط بز فمِن البيّن ان سطح جز يُحيط به خطا بج بز لكن بز مثل ا فسطح جز يحيط [به] جطا آ بج وهو مساو لجماعة السطوح الثلثة جك هط دز المتوازية الاضلاع لكن سطح جك يحيط به خطا جه هك وسطح هط يحيط به خطا هد دط وسطح دز يحيط به خطا دب بز وكل واحد مِن خطوط جح هك دط بز مساو لخط آ فجماعة سطوح جك هط دز يحيط بها خط ا واقسامُ بد ده هج وجماعتُها مساوية لسطح جز وسطح جز يحيط به كما بيّنّا خطا ا بج فقد نبيّن ان السطح الذى يحيط به خطا آ بج مساو لجماعة السطوح التى يحيط بها خط آ وكل واحد مِن اقسام بد ده هج وذلك ما اردنا ان نبيّن زيادة ومثال هذا 25 u

Propositio I libri secundi

Si duarum rectarum quarumlibet altera in quotlibet partes diuiditur, spatium[1]) duabus rectis comprehensum aequale est summae spatiorum linea non diuisa et singulis partibus alterius lineae diuisae comprehensorum.

Exemplificatio. Datae sunt duae lineae A et BG. Linea BG in duobus punctis D, E diuitur. Dico, spatium duabus lineis A, BG comprehensum summae spatiorum linea A et singulis partibus BD, DE, EG comprehensorum aequale esse.

Demonstratio. A puncto B perpendicularem BZ lineae A aequalem ducimus, sicut in demonstratione propositionis ad I, 11 adiectae explicauimus. Per punctum Z lineam ZH lineae BG parallelam eique aequalem ducimus, sicut in I, 31. Ex eadem demonstratione lineae BZ lineas $D\Theta$, EK, GH parallelas ducimus. Manifestum igitur est, spatium GZ duabus rectis BG, BZ comprehendi. Sed $BZ = A$; itaque spatium GZ duabus lineis A, BG comprehenditur. Et summae trium parallelogrammorum GK, $E\Theta$, DZ aequale est. Spatium autem GK duabus lineis GE, EK, spatium $E\Theta$ duabus lineis $ED, D\Theta$, spatium DZ duabus lineis DB, BZ comprehenditur. Sed singulae lineae GH, EK, $D\Theta$, BZ lineae A aequales sunt; itaque summa spatiorum GK, $E\Theta$, DZ recta A et partibus BD, DE, EG comprehenditur. Et



---

[1]) In margine: فان تلبين احدهما فى الاخر مثل تلبين الذى لم يُقسَم فى جميع اقسام الخط المقسوم قسمًا قسمًا Laterculus (u. I p. 172 not.) alterius in alteram multiplicatae aequalis est laterculo lineae non sectae in singulas partes lineae sectae multiplicatae.

[2]) In cod.: به

الشكل مِن الاعداد ولبكن خط آ ستّة مِن العدد وخط بج عشرة وليكن بد اثن[ين] وده ثلثة وجه خمسة فمن البيّن انا متى ضربنا الستة فى العشرة . . . . ستين وهو مساو للّذى يجتمع مِن ضرب الستّة فى الاثنين وفى الثلثة وفى الخمسة لان الستة فى اثنين اثنا عشر وستة فى ثلثة ثمنية عشر وستة فى خمسة ثلثون ومجموع هذه الاعداد ستون قال ايرُن ان هذا الشكل ليس يُمكن ان يبرهن عليه الّا بان يُرسم الخطان جميعًا فامّا الاشكال الباقية فقد يمكن ان يتبيّن برس[م خ]ط واحد فقط وايضا فقد يمُكن ان ناتى مِن وضعنا خطًا واحدًا بطريقى البرهان اللذين احدُهما طريق التحليل والاخر طريق التركيب امّا التحليل فانّه متى فُرِضَت لنا مسألة ما قُلنا نُنزِلها منزِلة الشى المطلوب انه موجود ثم نفضه الى شى قد تقدمّ برهانه فاذا تبين لنا قلنا انه قد وجد المطلوبُ بالتحليل وامّا التركيب فانّه ان يُبتدا باشياء معروفة ثم تركّب الى ان يوجد الشى المطلوب فعند ذلك يكون المطلوب قد تبيّن بالتركيب واذ قد اخبرنا بهذا فلنصِرّ الى مطلوبنا على ما وَصَفنا وَوَعدْنا ∴ يريد بذلك ان يبيّن ما وعدها هُنا فى سائر الاشكال التى ياتى بها اوقليدس فى هذه المقالة الثانية ∴

summa eorum spatio GZ aequalis est, quod spatium ex eo, quod iam demonstrauimus, rectis A, BG comprehenditur.

Ergo iam effecimus, spatium rectis A, BG comprehensum summae spatiorum, quae recta A et singulis partibus BD, DE, EG comprehenduntur, aequale esse. Q. n. e. d.

Additamentum. Exemplificatio huius propositionis per numeros.

Sit linea A 6, linea BG 10, sitque BD 2, DE 3, GE 5. Manifestum est, esse $6 \times 10 = 60$, quae aequalia sunt summae, quae ex 2 et 3 et 5 sexies multiplicatis fit, quoniam $6 \times 2 = 12$, $6 \times 3 = 18$, $6 \times 5 = 30$, quorum numerorum summa est 60.

Heron dixit: Fieri non potest, ut haec propositio demonstretur nisi duabus rectis simul delineatis; ceterae autem propositiones una tantum recta delineata demonstrari possunt. Fieri etiam potest, ut una linea data duas rationes ingrediamur, quarum altera est analytica, altera synthetica.

Analysis autem ratio haec est. Quaestione aliqua nobis proposita dicimus: quod quaeritur iam inuentum supponimus et deinde in rem iam antea demonstratam dissoluimus. Re nobis demonstrata, quod quaeritur, per analysim inuentum esse dicimus.*)

In synthesi a rebus notis incipientes ratione componendi utimur, donec inuentum sit, quod quaeritur. Hoc modo demonstratio eius quod quaeritur uia synthetica perficitur.**)

His rebus explicatis, quae quaerimus, secundum dicta promissaque nostra adgrediamur.

Hoc dicit, se, quae hic promiserit, in reliquis Euclidis propositionibus huius libri secundi demonstraturum.

---

*) Cfr. Euclid. uol. IV p. 364, 18 sqq.
**) Cfr. Euclid. uol. IV p. 366, 1 sqq.

الشكل الثانى مِن المقالة الثانية

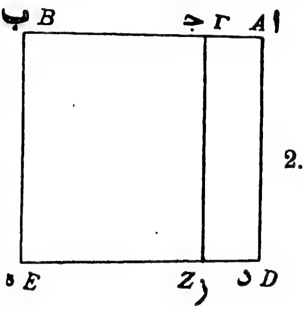
كل خط مستقيم يُقسم باقسام كم كانت فان[1] مربع الخط كله مساو لجماعة السطوح التى يحيط بها الخط كله مع كل واحد مِن اقسامه مثاله ان خط اب قد قُسم على ج بقسمين فاقول ان مربع خط اب مساو لمجموع السطحين اللذين يحيط بهما خط اب وكل اوحد مِن خطى اج جب برهانه انا نعمل على خط اب سطحًا مربعًا قائم الزوايا كما بيّن عمله ببرهان مه مِن ا وليكن مربع بده ونُخرج مِن نقطة ج خطا موازيا لخطى اد به كما بيّن اخراجه ببرهان لا مِن ا وليكن خط جز فسطحا از جه متوازيا الاضلاع امّا سطح دج فيحيط [به] خطا دا اج وسطح زب يحيط به زج جب وخط جز مثل خط اد وخط اد مثل خط اب فمجموع سطحى دج زب يحيط بهما خط اب وكل واحد مِن خطى اج جب ومجموع سطحى دج زب مساو لمربع دب الكائن مِن خط اب فقد تبيّن ان المربع الكائن مِن خط اب مساو لمجموع السطحين اللذين يحيط بهما خط اب وكل واحد مِن خطى اج جب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ مثاله مِن الاعداد نفرض خط اب عشرة مِن العدد وقد قُسِمَ على نقطة ج بقسمين فصار اج ثلثة مِن العدد وخط جب سبعة فمن البيّن ان مضروب اب الذى هو عشرة فى مثله مساو للذى يجتمع مِن ضرب اب الذى هو عشرة فى كل واحد مِن ثلثة وسبعة لان عشرة فى مثلها مائة وعشرة فى ثلثة ثلثون وفى سبعة سبعون ومجموعُهما مائة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قال ايرن 26 r.
مثال ذلك ان نفرض الخط المستقيم خط اب ونقسمه قِسمَةً كيف

Propositio II libri secundi.

Si recta linea in quotlibet[1]) partes diuiditur, quadratum[2]) lineae totius aequale est summae spatiorum, quae tota linea et singulis partibus comprehenduntur.

Exemplificatio. Linea AB in puncto G in duas partes diuisa sit. Dico, quadratum lineae AB aequale esse summae spatiorum, quae linea AB et utraque linea AG, GB comprehenduntur.

Demonstratio. In linea AB ex I, 45 quadratum construimus, quod sit quadratum BD, et a puncto G lineam lineis AD, BE parallelam ducimus, quae quo modo ducenda sit, in I, 31 demonstrauimus, sitque linea GZ; itaque duo spatia AZ, GE parallelogramma sunt. Et spatium DG lineis DA, AG, spatium ZB [lineis] ZG, GB comprehenditur. Est autem $GZ = AD$, $AD = AB$. Summa igitur duorum spatiorum DG, ZB linea AB et utraque linea AG, GB comprehenditur, et summa duorum spatiorum DG, ZB aequalis est quadrato DB in linea AB descripto.



Ergo iam demonstratum est, quadratum rectae AB aequale esse summae duorum spatiorum, quae linea AB et utraque linea AG, GB comprehenduntur. Q. n. e. d.

Exemplificatio per numeros. Supponimus, lineam AB esse 10, et in puncto G ita in duas partes diuisam esse, ut AG 3,

---

[1]) Apud Euclidem recta in duas quaslibet partes diuiditur. Cfr. Al-Tusi (p. 50–51): »Quadratum lineae rectae in uno puncto aut in pluribus punctis diuisae aequale est summae spatiorum eius et utriusque partis aut partium eius.« Demonstratione de linea in duas partes diuisa perfecta Al-Tusi addit: »Eodem modo res demonstratur, si partes plures quam duo sunt.«

[2]) In margine: فان تلبين الخط في جميع اقسامه مثل تلبين الخط في نفسه Laterculus lineae in omnes partes suas multiplicatae aequalis est laterculo lineae in se multiplicatae.

كانت على نقطة جـ فنُريد ان نبيّن ان مربع اب مساو للسطح الذى يحيط به خطا اب بـجـ مع السطح الذى يحيط به خطا اب اجـ . . . . ان يتوهم خط اب خطين متساويين احدهما منقسم والآخر غير منقسم فمِن البيّن ان الخطين يكونان متساويين فيكون السطح الذى يحيط به هذان الخطان المتساويان مساويًا لمربع احدهما فليكن مساويًا لمربع اب فمِم[ا د]يّنا ببرهان ا مِن ب يكون مجموع السطحين الكائنين مِن الخط الذى لم يقسم مع اقسام اجـ جب مساويًا للسطح الذى يحيط به الخط الذى لم يقسم وخط اب ومربع اب مساو لذلك السطح كما بيّنّا والخط الذى لم يقسم مساو لخط اب كما وصفنا فالسطحان اللذان يحيط بهما خط اب وكل [واحد] مِن قسمى اجـ جب مساويان لمربع خ[ط ا]ب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثالث مِن المقالة الثانية

كل خط يُقسم بقسمين اى قسمين كانا فان[1] السطح الذى يحيط به الخط كلُه واحدُ القسمين مساو للسطح الذى يحيط به قسما الخط مع مربع ذلك القسم مثاله ان خط اب قد قُسم بقسمين على نقطة جـ فاقول ان السطح الذى يُحيط به خط اب وقسمُ بـجـ مساو للسطح الذى يحيط به قسما اجـ جب مع مربع جب برهانه انا نعملُ على خط جب سطحًا مربعًا كما بُيّن عمله ببرهان مه مِن ا وليكن مربع جه ونُخرج مِن نقطة آ خطًا موازيًا لخط جز كما بُيّن ببرهان لا مِن ا وليكن خط اد ونُخرج

GB 7 fiat. Manifestum est, *AB*, quae 10 sit, in se multiplicatam aequalem esse summae, quae efficiatur *AB*, hoc est 10, ter et septies multiplicata; nam $10 \times 10 = 100$ et $3 \times 10 = 30$, $7 \times 10 = 70$, quorum summa est 100. Q. n. e. d.

Heron dixit: Ratio huius exemplificationis haec est. Rectam *AB* propositam in quaslibet partes in puncto *G* diuidimus. Demonstrare uolumus, quadratum [rectae] *AB* aequale esse spatio, quod comprehendunt duae lineae *AB*, *BG*, addito spatio duabus rectis *AB*, *AG* comprehenso. Iam si lineam *AB* duabus lineis inter se aequalibus aequalem animo finxerimus, alteri diuisae, alteri non diuisae, [dico] manifestum esse, quoniam duae lineae inter se aequales sint, spatium, quod hae duae lineae inter se aequales comprehendant, quadrato alterius aequale esse; sit igitur quadrato [lineae] *AB* aequale. Iam ex II, 1 summa duorum spatiorum lineae non diuisae et partium *AG*, *GB* aequalis est spatio, quod comprehendunt linea non diuisa et linea *AB*. Et quadratum [lineae] *AB* huic spatio aequale est, ut demonstrauimus. Linea autem non diuisa ex eo, quod descripsimus, lineae *AB* aequalis est. Ergo duo spatia, quae comprehendunt linea *AB* et utraque pars *AG*, *GB*, quadrato lineae *AB* aequalia sunt. Q. n. e. d.

B ب ———————— ج *G* ———— ا *A*

Propositio III libri secundi.

Si linea utcumque in duas partes diuiditur, spatium[1]), quod tota linea et alterutra pars eius comprehendunt, aequale est spatio, quod duae partes lineae comprehendunt, et quadrato illius partis.

---

[1]) فان تلبين الخط فى احد القسين مثل تلبين ذلك القسم فى نفسه واحد القسمين فى الاخر ع

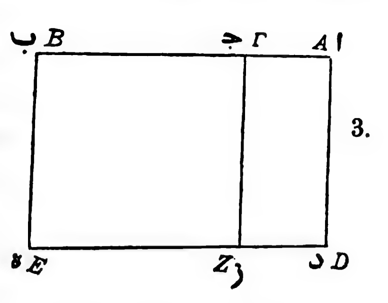
Laterculus lineae in alteram partem multiplicatae aequalis est laterculo huius partis in se multiplicatae et alterius partis in alteram.

خط هز على الاستقامة وننزل انه لقى خط اد على نقطة د فمِن الظاهر ان سطح اه متوازى الاضلاع وهو مساو لسطحى از زب المتوازيى الاضلاع لكن سطح از يحيط به خطا اج جز وخط جز مثل خط جب لان سطح زب عُمِل مربعًا فسطح از يحيط به خطا اج جب وسطح زب هو مربع خط جب فالسطح الذى يحيط به خطا اج جب مع المربع الكائن مِن خط جب مساو لسطح اه المتوازى الاضلاع باسره لكن سطح اه يحيط به خطا اب به وخط به مساو لخط جب لان سطح بز عُمل مربعا فسطح اه باسره يحيط به خطا اب بج فقد تبيّن انّ السطح الذى يحيط به خطا اب بج مساو للسطح الذى يحيط به قسما اج جب مع مربع جب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ مثاله[1] مِن الاعداد انا نفرض خط اب عشرة مِن الاعداد ونقسِمه على نقطة ج بقسمين يكون اج ثلثة مِن العدد وجب سبعة فضربُ اب الذى هو عشرة فى بج الذى هو سبعة يكون سبعين مِن العدد وهو مساو للمجتمع مِن ضرب اج الذى هو ثلثة فى جب الذى هو سبعة ومِن ضرب جب السبعة فى نفسه وذلك ان اج فى جب احد و عشرون وخط جب فى مثله تسعة واربعون ومجموعهما سبعون وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

قال ايرُن وبرهان هذا الشكل يتبيّن بلا صورة ببرهان الشكل الاول مِن هذه المقالة فنفرض انّ لنا خطين موضوعين وهما خطا اب بج احدهما غير مقسوم وهو بج والآخر مقسوم على نقطة ج وهو اب فمِن البيّن انه يكون السطح الذى يحيط به الخط غير المنقسم وخط اب مساويًا لمجموع السطوح التى يحيط بها الخط 26 u.

Exemplificatio. Linea AB in puncto G in duas partes diuiditur. Dico, spatium, quod linea AB et pars [eius] BG comprehendunt, aequale esse spatio, quod duae partes AG, GB comprehendunt, et quadrato [lineae] GB.

Demonstratio. In linea GB ex I, 45 quadratum construimus, quod sit quadratum GE. A puncto A ex I, 31 lineam lineae GZ parallelam ducimus, scilicet lineam AD, et lineam EZ in directum producimus, quam in puncto D in lineam AD incidere supponimus. Manifestum est, spatium AE parallelogrammum esse, et duobus parallelogrammis AZ, ZB aequale est. Sed spatium AZ lineis AG, GZ comprehenditur, et $GZ = GB$, quoniam spatium ZB quadratum constructum est; spatium AZ igitur lineis AG, GB comprehenditur. Et spatium ZB quadratum lineae GB est; quare spatium lineis AG, GB comprehensum et quadratum rectae GB toti parallelogrammo AE aequalia sunt. Sed spatium AE lineis AB, BE comprehenditur, et $BE = GB$, quoniam spatium BZ quadratum constructum est; itaque totum spatium AE lineis AB, BG comprehenditur. Ergo iam demonstrauimus, spatium rectis AB, BG comprehensum aequale esse spatio, quod duae partes AG, GB comprehendunt, et quadrato GB. Q. n. e. d.



Exemplificatio per numeros. Supponimus, lineam AB esse 10 et in puncto G ita in duas partes diuisam, ut sit AG 3, GB 7. Itaque [linea] AB, quae 10 est, cum BG, quae 7 est, multiplicata fit 70, qui numerus aequalis est summae, quae efficitur [linea] AG, quae 3 est, cum GB, quae 7 est, multiplicata et GB, quae 7 est, in se multiplicata, quoniam $AG \times GB = 21$, et linea GB in se multiplicata 49, et summa horum numerorum 70 est. Q. n. e. d.

---

[1]) Supra scriptum: زيادة

غير المنقسم واقسام الخط المنقسم اعنى بالاقسام قسمَى اج جب
ولكن الخط غير المنقسم مساو لخط جب [1] فالسطح الذى يحيط به
الخط غير المنقسم وخط جب مساو لمربع خط جب [1] فاذًا السطح
الذى يحيط به خطا اب بج مساو للسطح الذى يحيط به خط
(خطا .Sc) اج جب مع مربع خط جب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الرابع مِن المقالة الثانية

كل خط يُقسم بقسمين قسمةً كيف وقعت فان [2] مربع الخط
كلِه مساو لمربعَى قسمَيه مع ضعف السطح الذى يحيط به قسما
الخط مثاله ان خط اب قُسم بقسمين على نقطة ج فاقول ان مربع
خط اب مساو لمربعى قسمى اج جب مع ضعف السطح الذى يحيط
به قسما اج جب برهانه انا نعمل على خط اب سطحًا مربعًا كما
بيّن عمله ببرهان مه مِن ا وليكن مربع ادهب ونخرج قطر[ب]د
و خط جح موازيا [ل]خطى اد به كما بيّن اخراجه ببرهان لا مِن
ا وليقطع قطر بد على نقطة ز ونجيز على نقطة ز خطا موازيا
لخطى اب ده بحسب ما استشهدنا وهو خط طك فلان خط بد
قد اجيز على خطى اد جح المتوازيين فبحسب برهان يط مِن ا
تكون زاوية جزب الخارجة مساوية لزاوية ادز الداخلة ولان مثلث
ادب متساوى الساقين فبحسب برهان ه مِن ا تكون زاوية ابد
مساوية لزاوية ادب والاشياء المسارية لشى [واحد] فهى متساوية
فزاوية جزب مساوية لزاوية جبز فبحسب برهان و من ا يكون
ضلع جب مثل ضلع جز ولان سطح جك متوازى الاضلاع فبحسب

Heron dixit:*) Demonstratio huius propositionis per demonstrationem primae huius libri propositionis nulla figura eget. Supponimus enim, nobis esse duas lineas datas *AB*, *BG*, alteram *BG* non diuisam, alteram *AB* in puncto *G* diuisam. Manifestum est, spatium linea non diuisa et linea *AB* comprehensum aequale esse summae spatiorum, quae comprehendunt linea non diuisa et partes lineae diuisae, h. e. duae partes *AG*, *GB*. Sed linea non diuisa lineae *GB* aequalis est; quare spatium, quod linea non diuisa et linea *GB* comprehenditur, quadrato lineae *GB* aequale est. Ergo spatium lineis *AB*, *BG* comprehensum spatio, quod comprehendunt lineae *AG*, *GB*, et quadrato lineae *GB* aequale est. Q. n. e. d.

B ب ——————— ا *A*
ج *G*

Propositio IV libri secundi.

Si linea utcunque in duas partes diuiditur, quadratum[2]) lineae totius aequale est duobus quadratis duarum partium eius et duplo spatio duabus partibus lineae comprehenso.

Exemplificatio. Linea *AB* in puncto *G* in duas partes diuiditur. Dico, quadratum lineae *AB* aequale esse duobus quadratis duarum partium *AG* et *GB* et duplo spatio duabus partibus *AG*, *GB* comprehenso.

Demonstratio. In linea *AB* ex I, 45 quadratum construimus, quod sit quadratum *ADEB*. Diametrum *BD* ducimus et ex I. 31 lineam *GH* duabus lineis *AD*, *BE* parallelam, quae

*) Schol. Elem. II nr. 24 p. 230, 13 sqq.

1-1) Haec uerba in codice repetita.

2) In margine est: فان تلبين الخط في مثله مثل تلبين كل قسم في نفسه واحدهما في الاخر مرّتين

Laterculus lineae in se multiplicatae aequalis est laterculo singularum partium in se multiplicatarum et alterius in alteram bis multiplicatae.

برهان لد مِن ا يكون خط جز مثل خط بك وخط جب مثل خط
كز وقد كُنّا بيّنّا ان خط جب مثل خط جز والاشياء المساوية
لشى واحد فهى متساوية فخط زك مثل خط جز فهو مثل خط
كب فالاضلاع الاربعة جب جز زك كب متساوية فسطح جك
متساوى الاضلاع قائم الزوايا لان زاوية ج القائمة مثل زاوية ك
القائمة فزاويتا بز كل واحدة منهما قائمة وذلك بيّن ببرهان لد
مِن ا فسطح جك هو مربع خط جب ولان ضلع اب مثل ضلع به
وخط جب مثل خط كب فاذا اسقطنا مِن المتساوية متساويةً فان
الذى يبقى مساو فخط اج مثل هك لكن بحسب برهان لد مِن ا
يكون اج مثل طز وخط كه مثل خط زح وخط طز مثل خط
حز وخط طز يُوازى خط دح وخط زح يُوازى خط دط فسطح طح
متساوى الاضلاع قائم الزوايا وهو مساو لمربع خط اج فسطحا طح
جك هما مربعا خطى اج جب ولان سطح اه متوازى الاضلاع وعلى
قطره سطحان متوازيا الاضلاع فبحسب برهان مج مِن ا يكون
السطحان اللذان عن جنبتى قطر بد المتمّمان متساويين فسطح
از مثل سطح زه لكن سطح طج يحيط به خطا اج جز وخط جز
مثل خط جب فسطح از يحيط به خطا اج جب فضعف السطح
الذى يحيط به خطا اج جب مساو لمجموع سطحى از زه فمربع اه
باسره مساو لمربعى قسمى اج جب ولضعف السطح الذى يحيط به
قسما اج جب لكن مربع اه هو مربع خط اب فقد تبيّن ان مربع 27 r
خط اب مساو لمربعى قسمى اج جب ولضعف السطح الذى يحيط
به خطا اج جب وذلك ما اردنا ان نبيّن ومثاله[1] مِن الاعداد ان

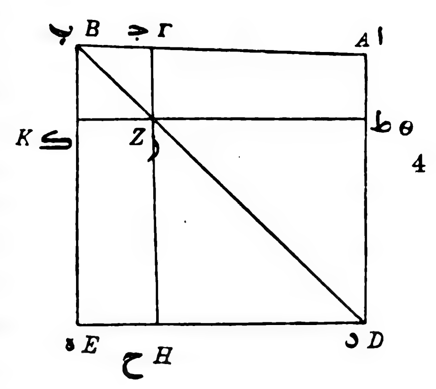
diametrum BD in puncto Z secet. Per punctum Z eo modo, quo demonstrauimus [I, 31], lineam ΘK duabus lineis AB, DE parallelam ducimus. Iam quoniam linea BD in duas lineas inter se parallelas AD, GH ducta est, ex I, 29 angulus exterior GZB angulo interiori ADZ aequalis est. Et quoniam triangulus ADB aequicrurius est, ex I, 5 erit $\angle ABD = ADB$. Quae autem eidem aequalia sunt, inter se sunt aequalia; itaque $GZB = GBZ$. Quare ex I, 6 $GB = GZ$. Quoniam autem spatium GK parallelogrammum est, erit ex I, 34 $GZ = BK$, $GB = KZ$. Sed iam demonstrauimus, esse $GB = GZ$; et quae eidem aequalia sunt, inter se sunt aequalia; quare $ZK = GZ$, quae lineae KB aequalis est. Itaque quattuor latera GB, GZ, ZK, KB inter se aequalia sunt, et spatium GK aequilaterum. Idem autem rectangulum est, quia ex I, 34 angulus G rectus angulo K recto aequalis et uterque angulus B, Z rectus est*). Ergo spatium GK quadratum est lineae GB. Iam quoniam latus AB lateri BE aequale est et linea GB lineae KB aequalis, aequali ab aequali subtracto, quae relinquuntur, aequalia sunt; quare $AG = EK$. Sed ex I, 34 $AG = \Theta Z$, $KE = ZH$; quare $\Theta Z = HZ$. Uerum etiam linea ΘZ lineae DH, linea ZH lineae $D\Theta$ parallela est; itaque spatium ΘH aequilaterum et rectangulum est. Est autem quadrato lineae AG aequale; quare duo spatia ΘH, GK quadrata sunt duarum linearum AG, GB. Et quoniam spatium AE parallelogrammum est, et circum diametrum eius constructa sunt duo parallelogramma, ex I, 43 duo supplementa parallelogramma in utraque parte diametri BD posita inter se aequalia sunt; spatium igitur AZ spatio ZE aequale est. Spatium autem ΘG duae lineae AG, GZ comprehendunt, et $GZ = GB$; spatium AZ igitur duabus lineis AG, GB comprehenditur. Duplum igitur spatium duabus lineis AG, GB comprehensum aequale est summae duorum spatiorum[1]

---

[1]) Supra scriptum: زيادة Additamentum.

*) Clarius Euclides p. 126, 13 sqq.: $\angle B + G = 2R$ (I, 29), $\angle B = R$, ergo etiam $\angle G = R$, et ex I, 34 etiam $\angle K$ et Z recti.

نفرض خط اب عشرة مِن العدد ونقسِمه على نقطة ج بقسمين وليكن اج سبعة وجب ثلثة فضربُ اب فى مثله مائة وهو مساو لضرب اج الذى هو سبعة فى مثله وهو تسعة واربعون ولضرب جب الذى هو ثلثة فى مثله وهو تسعة و[لضعف] المجتمع مِن ضرب اج السبعة فى جب الثلثة وهو اثنان واربعون فهو مائه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وامّا البرهان على هذا الشكل مِن غير صورة على مذهب ايرُن على طريق الحلّ فنطلبُ هل ينحلّ المربع الكائن مِن خط اب الى مجموع المربعين الكائنين مِن اج جب مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جب فلان خط اب قد انقسم الى خطى اج جب فببرهان ب مِن ب ينحل المربع الكائن مِن خط اب الى مجموع السطحين اللذين يحيط باحدهما خطا با اج وبالاخر خطا اب بج لانه مثلهما وهذان السطحان ينحلّان الى برهان شكل ج مِن ب وذلك لان السطح الذى يحيط به خطا اب اج مساو للسطح الذى يحيط به خطا بج جا مع مربع اج والسطح ([1]الذى يحيط[1]) به خطا اب بج مساو للسطح الذى يحيط به خطا اج جب مع مربع جب فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جب مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جب مساو لمجموع السطحين الذين يحيط باحدهما خطا با اج وبالاخر خطا اب بج وقد كنّا بيّنّا ان مربع خط اب مساو لهذين السطحين فقد انحلّ المربع الكائن مِن خط اب الى مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جب مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جب واستويا وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴



AZ, *ZE*, et totum quadratum *AE* aequale est duobus quadratis partium *AG*, *GB* et duplo spatio duabus partibus *AG*, *GB* comprehenso. Quadratum autem *AE* quadratum est lineae *AB*. Ergo iam demonstratum est, quadratum lineae *AB* aequale esse duobus quadratis duarum partium *AG*, *GB* et duplo spatio duabus lineis *AG*, *GB* comprehenso Q. n. e. d.

Exemplificatio per numeros. Supponimus, lineam *AB* esse 10, eamque in puncto *G* ita diuidimus, ut sit *AG* 7, *GB* 3. *AB* in se multiplicata = 100, quod aequale est lineae *AG* siue 7 in se multiplicatae, hoc est 49, cum linea *GB* siue 3 in se multiplicata, hoc est 9, et duplo lineae *AG* siue 7 in *GB* siue 3 multiplicatae, hoc est 42. Q. n. e. d.

Si hanc propositionem nulla figura adhibita ex ratione Heronis uia analytica demonstrare uoluerimus, quaerendum, quo modo quadratum lineae *AB* resoluatur in summam duorum quadratorum [linearum] *AG*, *GB* et in spatium duabus lineis *AG*, *GB* comprehensum bis sumptum.

Quoniam linea *AB* in duas lineas *AG*, *GB* diuisa est, ex II, 2 quadratum lineae *AB* dissoluitur in summam spatiorum, quorum alterum lineis *BA*, *AG* comprehenditur, alterum lineis *AB*, *BG*, quoniam illa his duabus aequalis est. Iam ex II, 3 haec duo spatia hoc modo resoluuntur. Quoniam spatium lineis *AB*, *AG* comprehensum aequale est spatio lineis *BG*, *GA* comprehenso cum quadrato *AG*, et spatium lineis *AB*, *BG* comprehensum spatio lineis *AG*, *GB* comprehenso cum quadrato *GB*, summa quadratorum linearum *AG*, *GB* addito duplo spatio

---

1-1) Uerba male repetita.

وامّا على طريق التركيب فنبدا الآن فنركّب مِن حيث انتهى بنا الحل فنقول ان بحسب برهان ج مِن ب فان السطح الذى يحيط به خطا ب ج جا مع مربع اج مساو للسطح الذى يحيط به خطا ب ا اج وكذلك السطح الذى يحيط به خطا اج جب مع مربع ب ج مساو للسطح الذى يحيط به خطا اب ب ج (مع المربع الكائن مِن خط ب ج) فقد تركّب المربعان الكائنان مِن خطى اج جب مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جب وساويا السطحين اللذين يحيط باحدهما خطا ب ا اج وبالاخر خطا اب ب ج وهذان السطحان يتركّبان ويساويان المربع الكائن مِن خط اب بحسب برهان ب مِن ب فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جب مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جب قد تركّب وساوى باجمعه المربع الكائن مِن خط اب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الخامس مِن المقالة الثانية

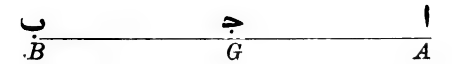
كل خط مستقيم يُقسم بقسمين متساويين ويُقسم ايضًا بقسمين مختلفين فان[1] السطح الذى يحيط به القسمان المختلفان مع

---

[1]) In margine est: فان تلبين احد المختلفين فى الاخر وفضل نصف الخط على الاقصر فى مثله هو مثل تلبين نصف الخط فى مثله ع
Laterculus alterius partium inaequalium in alteram multiplicatae et partis, qua dimidea lineae breuiorem excedit, in se multiplicatae aequales sunt laterculo dimidiae lineae in se multiplicatae.

Al-Tusi (pag. 52): »Si linea recta in duas partes aequales et in duas partes inaequales diuiditur, spatium alterius partis in alteram multiplicatae una cum quadrato sectionis inter dimidiam partem lineae et complementum alterius partis dimidiae aequale est quadrato dimidiae partis eius«.

lineis AG, GB comprehenso aequalis est summae spatiorum, quorum alterum lineis BA, AG, alterum lineis AB, BG comprehenditur. Sed iam demonstrauimus, quadratum lineae AB his duobus spatiis aequale esse. Ergo quadratum lineae AB resolutum est in summam quadratorum linearum AG, GB et in spatium lineis AG, GB comprehensum bis sumptum, et haec duo inter se aequalia sunt. Q. n. e. d.



Iam finita analysi ratione synthetica componere incipimus. Dicimus igitur, ex II, 3 spatium duabus lineis BG, GA comprehensum cum quadrato [lineae] AG aequale esse spatio duabus lineis BA, AG comprehenso. Eodem modo spatium duabus lineis AG, GB comprehensum cum quadrato [lineae] BG aequale est spatio duabus lineis AB, BG comprehenso. (et quadrato lineae BG.)*) Itaque duo quadrata duarum linearum AG, GB cum duplo spatio duabus lineis AG, GB comprehenso aequalia sunt duobus spatiis, quorum alterum duabus lineis BA, AG, alterum duabus lineis AB, BG comprehenditur. Uerum haec duo spatia coniuncta ex II, 2 quadrato lineae AB aequalia sunt. Ergo summa duorum quadratorum duarum linearum AG, GB cum duplo spatio duabus lineis AG, GB comprehenso aequalis est quadrato lineae AB. Q. n. e. d.**)

Propositio V libri secundi.

Si recta linea in duas partes inter se aequales et rursus in duas inaequales diuiditur, spatium[1]) duabus lineis inaequalibus comprehensum una cum quadrato lineae inter duo puncta duarum sectionum positae aequale est quadrato dimidiae lineae.

Exemplificatio. Linea recta AB in puncto G in duas

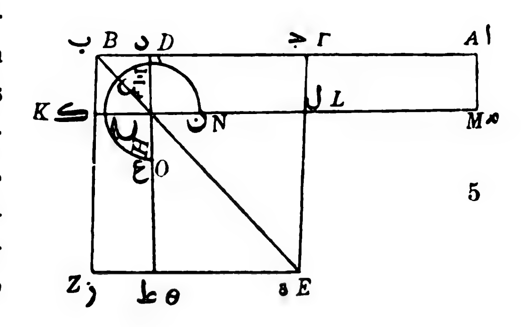
*) Uerba et — BG errore nescio quo addita sunt.

**) Porisma deest ut in P. m. 1 et in fragmento The Oxyrhynchus papyri I p. 58.

مربع الخط الذى بين نقطتى القسمين مساو لمربع نصف الخط
مثاله ان خط اب المستقيم قسم بقسمين متساويين على نقطة ج
وبقسمين مختلفين على نقطة د فاقول ان السطح الذى يحيط به
قسما اد دب مع مربع جد مساو لمربع جب برهانه انا نعمل على
خط جب سطحًا مربعًا قائم الزوايا كما بيّن ببرهان مه مِن ا
وليكن مربع جز ونخرج قطر به ونخرج مِن نقطة د خطا موازيا
لضلعى جه بز كما بيّنا اخراجه ببرهان لا مِن ا(1 ونجيز على 27 u.
نقطة ح خط كحلم موازيا لخط با كما بيّنا اخراجَهُ ببرهان
لا مِن ا(1 ونخرج مِن نقطة ا خطًا موازيًا لخطوط جل دح بك
يلقى خط كلم ونُنزل انه لقِيَهُ على نقطة م كما بيّنا اخراجه
ببرهان لا مِن ا ونُبيّن كما بيّنا فى شكل د مِن ب وبمثل ما
استشهدنا فيه مِن الاشكال ان سطحى دك لط مربعان قائما
الزوايا وهما على قُطر به فبحسب برهان مج مِن ا فان سطح جح
المتمّم مثل سطح حز المُتمّم وناخذ سطح دك مشتركًا فسطح
جك باسره مساو لسطح دز باسره وسطح جك مثل سطح جم
لانهما على قاعدتين متساويتين وهما بل لم وبين خطين
متوازيين وهما كم اب وذلك بيّن ببرهان لو مِن ا فسطح جم
اذًا مساو لسطح دز لانّ الاشياء المساوية لشى واحد تكون
متساوية وناخذ سطح دل مشتركاً فسطح مج باسره مساو لعلَم
نسع لكن سطح مد يحيط به خطا اد دح وخط دح مثل
خط دب لان سطح دك مربع قائم الزوايا فسطح مد يحيط به

1-1) Supra in margine addita sunt haec uerba.

partes inter se aequales et in puncto D in duas partes inaequales diuidatur. Dico, spatium duabus partibus AD, DB comprehensum una cum quadrato GD aequale esse quadrato GB.



Demonstratio. In linea GB ex I, 45 spatium quadratum rectangulum construimus, quod sit quadratum GZ. Diametro BE ducta a puncto D ex I, 31 lineam duobus lateribus GE, BZ parallelam ducimus et ex I, 31 per punctum H lineam $KHLM$ lineae BA parallelam ducimus et a puncto A ex I, 31 lineam ducimus lineis GL, DH, BK parallelam, quae in lineam KLM incidit; supponimus, illam in eam in puncto M incidisse. Iam eodem modo, quo in II, 4, et ex iisdem propositionibus, quibus in illa propositione usi sumus, demonstrabimus, duo spatia DK, $L\Theta$ duo quadrata esse. Et circum diametrum BE posita sunt; quare ex I, 43 supplementum GH supplemento HZ aequale est. Itaque spatio DK communi sumpto totum spatium GK toti spatio DZ aequale erit. Et $GK = GM$, quia in duabus basibus inter se aequalibus KL, LM et inter duas lineas inter se parallelas KM, AB posita sunt, quod in I, 36 demonstratum est. Spatium GM igitur spatio DZ aequale est, quia, quae eidem aequalia sunt, inter se aequalia sunt. Quare spatio DL communi sumpto totum spatium MD gnomoni $N\Xi O$*) aequale erit. Sed spatium MD duae lineae AD, DH comprehendunt, et $DH = DB$, quoniam spatium DK quadratum est; itaque duae lineae AD, DB spatium MD comprehendunt. Gnomon $N\Xi O$ igitur spatio duabus lineis AD, DB comprehenso aequalis est. Et

*) Itaque in gnomone eaedem litterae sunt, quas coniectura restituit Gregorius, cum in codd. Graecis sit $MN\Xi$ (Eucl. I p. 131 not.). Sed Al-Tusi $MN\Xi$ habet.

خطا اد دب فعلمُ نسع مساو للذى يحيط به خطا اد دب ومربع
هح مساو لمربع خط جد فمربع جز باسره مساو لعَلَم نسع ولمربع
هح لكن مربع جز هو مربع خط جب فالسطح الذى يحيط به قسما
اد دب مع مربع خط جد الذى بين العَلامتين مساو لمربع خط
جب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

مثاله[1] مِن الاعداد نفرض اب عشرةً مِن العدد وقسمى اج جب
كل واحد منهما خمسة وقسم اد سبعة فيبقى دب ثلثة فيحصل
جد اثنين فمن البيّن ان المُجتمِعَ مِن ضرب قسم جب فى مثله
خمسة وعشرون وهو مساو للذى يجتمع مِن ضرب اد فى دب وذلك
احد وعشرون ومِن ضرب جد فى مثله وذلك اربعة ومجموعهما خمسة
وعشرون وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وامّا على مذهب ايرُن فى
برهان هذا الشكل بالتحليل فمن اجل انا نطلب ان نعلم هل
السطح الذى يحيط به قسما اد دب مع مربع خط جد مساو لمربع
خط جب فلناخذ خطين قد قُسم احدُهما باقسام وهو خط اد
على نقطة ج والآخر لم يُقسم وهو خط دب فبحسب برهان ا مِن
ب يكون السطح الذى يحيط به خطا اد دب مساويًا لمجموع
السطحين اللذين يحيط بهما خط بد وقسما اج جد فلانّ
اج مثل جب فانّ مجموع السطحين اللذين يحيط بهما خطا جب
بد وخطا جد دب مساو للسطح الذى يحيط به خطا اد دب فقد
بقى لنا مربع جد فنجعله مشتركًا فيكون مجموع السطحين
اللذين يحيط بهما جب بد و خطا جد دب مع مربع جد مساويًا
للسطح الذى يحيط به خطا اد دب مع مربع جد لكن السطح

quadratum *EH* quadrato lineae *GD* aequale, totum autem quadratum *GZ* gnomoni *NΞO* cum quadrato *EH* aequale est. Sed quadratum *GZ* quadratum est lineae *GB*. Ergo spatium duabus partibus *AD*, *DB* comprehensum una cum quadrato lineae *GD* inter duas sectiones positae quadrato lineae *GB* aequale est. Q. n. e. d.

Exemplificatio per numeros.*) Supponimus *AB* esse 10, utramque partem *AG*, *GB* 5, partem *AD* 7, ita ut relinquatur *DB* = 3, et *GD* 2 fiat. Manifestum est, partem *GB* in se multiplicatam esse 25. Quod aequale est summae, quae efficitur parte *AD* in *DB* multiplicata, hoc est 21, et lineae *GD* in se multiplicatae, hoc est 4, quorum summa 25. Q. n. e. d.

Iam si ratione Heronis uia analytica hanc propositionem demonstrare uoluerimus, quoniam quaerimus, sitne spatium duabus partibus *AD*, *DB* comprehensum una cum quadrato lineae *GD* quadrato lineae *GB* aequale, duas lineas sumamus, quarum altera *AD* in puncto *G* diuisa est, altera *DB* non diuisa. Ex II, 1 spatium duabus lineis *AD*, *DB* comprehensum aequale est summae duorum spatiorum linea *BD* et duabus partibus *AG*, *GD* comprehensorum. Quoniam *AG* = *GB*, summa duorum spatiorum, quae duabus lineis *GB*, *BD* et duabus lineis *GD*, *DB* comprehenduntur, spatio duabus lineis *AD*, *DB* comprehenso aequalis erit. Restat quadratum *GD*, quo communi sumpto summa duorum spatiorum lineis *GB*, *BD* et lineis *GD*, *DB* comprehensorum una cum quadrato *GD* spatio duabus lineis *AD*, *DB* comprehenso una cum quadrato *GD* aequalis est. Uerum spatium duabus lineis *GD*, *DB* comprehensum una cum quadrato *GD* ex II, 3 aequale est spatio duabus lineis *BG*, *GD* comprehenso; quare summa duorum spatiorum, quorum alterum duabus lineis *BG*, *GD*, alterum duabus lineis *GB*, *BD* comprehenditur, aequalis est spatio duabus lineis *AD*,

*) Cfr. Schol. II nr. 35.

[1]) Supra scriptum: زيادة

الذى يحيط به خطا جد دب مع مربع جد مساو للسطح الذى
يحيط به خطا بج جد وذلك ببرهان ج مِن ب فمجموع السطحين
اللذين يحيط باحدهما خطا بج جد وبالاخر خطا جب بد
مساو للسطح الذى يحيط به خطا اد دب مع مربع جد لكن
بحسب برهان ب مِن ب يكون مجموع السطحين اللذين يحيط
بهما خطا جب بد وخطا بج جد مساويًا لمربع خط جب فمربع
خط جب اذن مساو للسطح الذى يحيط به قسما اد دب مع مربع
جد وذلك ما اردنا ان نبيّن فقد انحلّ الى برهان ب مِن ب
ونبدا الآن فنُركب مِن حَيْثُ انتهى بنا الحلّ فبحسب برهان ب 28 r.
مِن ب فان السطح الذى يحيط به خطا جب بد مع السطح
الذى يحيط به خطا بج جد مثل مربع خط جب لكن بحسب
برهان ج من ب يكون السطح الذى يحيط به خطا بج جد
مساويًا للسطح الذى يحيط به خطا جد دب مع مربع جد فمربع
خط جب اذًا مساو للسطحين اللذين يحيط باحدهما خط [ا] جب
ب[دو]بالاخر خطا جد دب مع مربع جد فلان خط اج مساو لخط
جب يكون السطح الذى يحيط به خطا اج دب مع [الس]طح الذى
يحيط به خطا اد دب(1) فالسطح الذى يحيط به خطا اد دب مع مربع
جد مساو للمربع الكائن مِن خط [ج]ب وذلك ما اردنا ان نبيّن∴

الشكل السادس مِن المقالة الثانية

اذا قُسم خطٌ مستقيمٌ بنصفين وزيدَ فى طُوله خطٌ اخر مستقيمٌ
فان(2) السطح الذى يحيط به الخط كله مع الزيادة والزيادةُ ومربع

1) Sic in codice.

DB comprehenso una cum quadrato *GD*. Sed ex II, 2 summa duorum spatiorum, quae duabus lineis *GB*, *BD* et duabus lineis *BG*, *GD* comprehenduntur, aequalis est quadrato lineae *GB*. Ergo quadratum lineae *GB* aequale est spatio duabus partibus *AD*, *DB* comprehenso una cum quadrato *GD*. Q. n. e. d. Itaque ad II, 2 resolutum est.

B ب ——— د *D* ——————— ج *G* ——— ا *A*

Iam inde, in quod resolutio nobis desiit, componere incipimus.

Ex. II, 2 spatium duabus lineis *GB*, *BD* comprehensum, una cum spatio duabus lineis *BG*, *GD* comprehenso aequale est quadrato lineae *GB*.*) Sed ex II, 3 spatium duabus lineis *BG*, *GD* comprehensum aequale est spatio duabus lineis *GD*, *DB* comprehenso una cum quadrato *GD*; itaque quadratum lineae *GB* aequale est duobus spatiis, quorum alterum duabus lineis *GB*, *BD*, alterum duabus lineis *GD*, *DB* comprehenditur, una cum quadrato *GD*. Iam quoniam *AG* = *GB*, spatium duabus lineis *AG*, *DB* comprehensum una cum spatio (duabus lineis *BD*, *GD* comprehenso aequale erit spatio?) duabus lineis *AD*, *DB* comprehenso. Ergo spatium duabus lineis *AD*, *DB* comprehensum una cum quadrato *GD* aequale est quadrato lineae *GB*. Q. n. e. d.

Propositio VI libri secundi.

Si linea recta in duas partes aequales diuiditur, et in ea producta alia linea recta adiicitur, spatium tota linea una cum

*) Debuit dici: Ex II, 2 quadratum lineae *GB* aequale est spatio duabus lineis *GB*, *BD* comprehenso una cum spatio duabus lineis *BG*, *GD* comprehenso.

[2]) In margine: فان تلبين الخط مع الزيادة في الزيادة ونصف الخط في مثله مثل تلبين نصف الخط الاول مع الزيادة في مثله ع
Laterculus lineae cum adiecta in adiectam multiplicatae et dimidiae in se multiplicatae aequalis est laterculo dimidiae lineae ab initio datae cum adiecta in se multiplicatae.

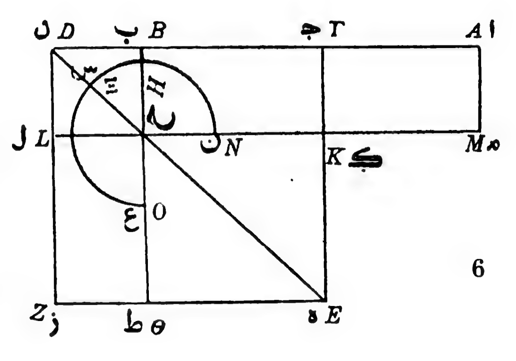
نصف الخط الاولِ مساو لمربع نصف الخط مع الزيادة مثاله ان
نفرض الخط المستقيم خط اب ونقسمه بنصفين ع[لى نق]طة ج ونزيد
فيه خط بد ونريد ان نبيّن انّ السطح الذى يحيط به خطا اد
دب مع مربع اج [بج .Scr] مساو لمربع خط دج برهانه انا نعمل
على خط جد سطحًا مربعا قائمَ الزوايا كما بيّن عملُه ببرهان مه
مِن ا ونخرج قطر ده ونُتمّم خطوطَ الشكل على التاليف كما بيّنّا
فى الاشكال المتقدّمة فبحسب برهان مج مِن ا يكون سطح حز
مساويًا لسطح جح لانّهما متمّان وبحسب برهان لو مِن ا يكون
سطح جح مساويًا لسطح اك لانهما على قاعدتين متساويتين
وهما حك كم وبين خطين متوازيين وهما حم اب فسطح حز
اذن مساو لسطح اك وناخذ سطح كد مشتركًا لجميع سطح
مد مساو لعلم ن س ع لكن سطح مد يحيط به خطا اد دب لان
دب مساو لخط دل فالعلمُ اذن مساو للسطح الذى يحيط به خطا
اد دب ومع مربع حه وهو مربع خط بج فالسطح الذى يحيط به
خطا اد دب مع مربع جب مساو لعلم ن س ع ولمربع حه لكن علم
ن س ع ومربع حه مساو لمربع ده ومربع ده هو كائن مِن خط جد
فالسطح الذى يحيط به خطا اد دب مع مربع جب مساو للمربع
الكائن مِن خط جد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وقد بيّنَ ايضا
ايرُن برهانَ هذا الشكل على سبيل الخطوط امّا على طريق
التحليل فليكن الخط المفروض خط اب ولنقسمه بنصفين على
نقطة ج ونزيد فى طُوله خط بد ونريد ان نبيّن ان السطح
الذى يحيط به خطا اد دب مع مربع جب مساو لمربع جد فنخرج

adiecta et adiecta comprehensum et quadratum dimidiae lineae ab initio datae aequalia sunt quadrato in dimidia una cum adiecta descripto.

Exemplificatio. Lineam rectam lineam *AB* supponimus eamque in puncto *G* in duas partes aequales diuidimus et ei lineam *BD* adiicimus. Demonstrare uolumus, spatium lineis *AD*, *DB* comprehensum cum quadrato *AG* (Scr. *BG*) aequale esse quadrato lineae *DG*.

Demonstratio. In linea *GD* ex 1, 45 spatio quadrato rectangulo constructo diametrum *DE* ducimus et lineas figurae explemus, ut in propositionibus praecedentibus demonstrauimus.

Ex I, 43 igitur spatium *HZ* spatio *GH* aequale erit, quoniam complementa sunt. Ex I, 36 autem spatium *GH* spatio *AK* aequale est, quia in duabus basibus inter se aequalibus *HK*, *KM* et inter duas lineas inter se parallelas *HM*, *AB* posita sunt. Itaque *HZ* = *AK*. Spatio igitur *KD* communi sumpto totum spatium *MD* gnomoni *NΞO* aequale. Sed spatium *MD* lineis *AD*, *DB* comprehenditur, quoniam *DB* = *DL*. Gnomon igitur aequalis est spatio, quod lineae *AD*, *DB* comprehendunt. Quadrato *HE* i. e. quadrato lineae *BG* adiecto spatium igitur, quod comprehendunt lineae *AD*, *DB*, cum quadrato [lineae] *GB* gnomoni *NΞO* et quadrato *HE* aequale. Sed gnomon *NΞO* et quadratum *HE* aequalia sunt quadrato *DE*, quod quadratum est lineae *GD*. Ergo spatium, quod comprehendunt lineae *AD*, *DB*, cum quadrato [lineae] *GB* aequale est quadrato lineae *GD*. Q. n. e. d.



Heron hanc quoque propositionem per lineas demonstrauit.

اه على استقامة جا وليكن اه مثل دب فمن البيّن انا اذا جعلنا
خط اب مشتركًا يكون جميع خط هب مثل جميع خط اد
فالسطح الذى يحيط به اد دب مساو للسطح الذى يحيط به هب
دب فمتى تبيّن لنا ان السطح الذى يحيط به خطا هب بد مع
مربع خط جب مساو لمربع خط جد فقد تمّ البرهان على بغيتنا
وذلك بيّن لان خط هد قد قُسم بنصفين على نقطة ج وبقسمين
مختلفين على نقطة ب فببرهان ه مِن ب يكون السطح الذى
يحيط به خطا هب بد مع مربع جب مساويًا لمربع جد و امّا
بالتركيب فاذا ركّبنا كان السطح الذى يحيط به خطا هب
بد مع مربع خط بج مثل مربع جد والسطح الذى يحيط به
خطا هب بد قد(1 بيّنّا انه مساو للسطح الذى يحيط به خطا اد
دب(1 فالسطح الذى يحيط به خطا اد دب مع مربع جب مساو
لمربع جد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

28 u.

الشكل السابع مِن المقالة الثانية

كل خط مستقيم يُقسم بقسمين اى قسمة كانت فانّ مربع
الخط كلّه مع مربع احد القسمَين اذا جُمِعا مساو لضعف السطح
الذى يحيط به الخط كلّه وذلك القسم مع مربع القسم الاخر اذا
جُمِعَا مثاله ان خط اب قسم بقسمين كيف ما وقعت على نقطة[ج]
فاقول انّ مجموع مربعى خطى اب بج مساو لضعف السطح الذى

1-1) Haec uerba in margine pro uerbis falso repetitis et a scriba recte erasis: مع مربع خط بج مثل مربع جد

Analysis ratio haec est. Sit linea data linea AB, quam in duas partes aequales in puncto G diuidimus. In ea producta lineam BD adiicimus. Demonstrare uolumus, spatium lineis AD, DB comprehensum cum quadrato [lineae] GB aequale esse quadrato [lineae] GD. [Lineam] AE in directum [lineae] GA ducatur, sitque $AE = DB$. Manifestum igitur est, linea AB communi sumpta, totam lineam EB toti lineae AD aequalem esse. Spatium igitur, quod lineis AD, DB comprehenditur, spatio lineis EB, DB comprehenso aequale est. Iam si demonstrauerimus, spatium lineis EB, BD comprehensum cum quadrato lineae GB aequale esse quadrato lineae GD, demonstratio, sicut uolumus, ad finem perducta erit. Et hoc inde manifestum est, quod linea ED in puncto G in duas partes aequales diuisa est, in puncto B autem in duas partes inaequales; quare ex II, 5 spatium, quod comprehendunt lineae EB, BD, cum quadrato GB aequale est quadrato GD.

Synthesis ratio haec est. Ratione synthetica adhibita spatium lineis EB, BD comprehensum cum quadrato lineae BG aequale erit quadrato GD. Sed iam demonstrauimus, spatium lineis EB, BD comprehensum aequale esse spatio lineis AD, DB comprehenso. Ergo spatium, quod lineae AD, DB comprehendunt, cum quadrato GB aequale est quadrato GD. Q. n. e. d.

[D د ——— ب B — ج G — ا A ——— ه E]

Propositio VII libri secundi.

Si linea recta in duas quaslibet partes diuiditur, quadratum[2])

---

[2]) In margine est: فان تلبين الخط في مثله وتلبين احد القسمين في مثله جميعًا مثل تلبين الخط في تلك القسم مرتين وتلبين القسم الاخر في مثله جميعًا ع

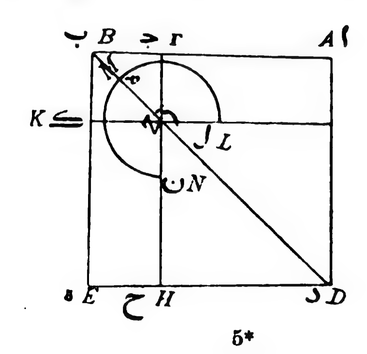
Laterculus lineae in se multiplicatae et laterculus alterius partis in se multiplicatae simul sumpti aequales sunt laterculo lineae in hanc partem bis multiplicatae et laterculo partis alterius in se multiplicatae simul sumptis.

يحيط به خطا اب بج [مع] مربع قسم اج برهانه انا نعمل على خط
اب مربعا قائم الزوايا كما بيّنا عمله ببرهان مه مِن ا وليكـ[ن مر]بع
اب ده ونُخرج قطر بد ونُخرج مِن نقطة ج خطا موازيا لضلعى
المربع اعنى ضلعى اد به كما [بيّنا ا]خـراجَهُ ببرهان لا مِن ا
وليكن خط جزح ونجيز على نقطة ز خطا موازيا لضلعى المربع
الاخرين ا[عن]ى ضلعى اب ده كما بيّنا اجازتَه ببرهان لا مِن ا
وليكن خط كزط فمِن البيّن بحسب رسمِنا الاشكال المتقدّمة
ان سطح بز هو مربع قسم بج وانّ سطح زد هو مربع قسم اج
وبحسب برهان [مج] مِن ا فان متمِّم از مثل متمِّم زه وناخذ مربع بز
مشتركا فيصير اك مساويًا لسطح جه فمجموع سطحى اك جه
ضعف سطح اك وسطح اك قد تبيّن انه يحيط به خطا اب بج
فمجموع سطحى اك جه هو ضعف السطح الذى يحيط به خطا اب
بج لكن مجموع سطحى اك جه مساو لعَلَم لمن مع مربع جك
فاذا عزلنا مربع جك بقى لمن فعلم لمن مع مربع جك مسايان
لضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج ومربع زد قد تبيّن
انه الكائن مِن قسم اج فعلم لمن مع مربعى جك زد مساو لضعف
السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع مربع قسم اج لكن علم
لمن مع مجموع مربعى جك زد مساو لمربع اه مع مربع جك فمربع
اه مع مربع جك مساو لضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج
مع مربع خط اج لكن مربع اه هو كائن مِن خط اب ومربع جك
هو كائن مِن خط جب فمربع اه مع مربع جك اذًا مساو لضعف
السطح الذى يحيط به خطا اب بج ولمربع خط اج وذلك ما اردنا

lineae totius et quadratum alterius partis simul sumpta aequalia sunt duplo spatio tota linea et parte nominata comprehenso et quadrato reliquae partis simul sumptis.

Exemplificatio. Linea AB puncto G utcumque in duas partes diuidatur. Dico, summam duorum quadratorum duarum linearum AB, BG duplo spatio lineis AB, BG comprehenso cum quadrato partis AG aequalem esse.

Demonstratio. In linea AB ex I, 45 quadratum rectangulum construimus, quod sit quadratum $ABDE$. Diametrum BD ducimus et ex I, 31 a puncto G lineam duobus lateribus quadrati, i. e. AD, BE, parallelam, quae sit linea GZH. Per punctum Z ex I, 31 lineam duobus reliquis lateribus quadrati, i. e AB, DE, parallelam ducimus, quae sit linea $KZ\Theta$. Iam ex delineatione figurarum praecedentium manifestum est, spatium BZ quadratum partis BG, spatium ZD quadratum lineae AG esse. Et ex I, 43 complementum AZ complemento ZE aequale est; itaque quadrato BZ communi sumpto [spatium] AK spatio GE aequale fit; summa igitur duorum spatiorum AK, GE spatio AK duplo maior est. Sed iam demonstratum est, spatium AK duabus lineis AB, BG comprehendi; itaque summa duorum spatiorum AK, GE duplo maior est spatio duabus lineis AB, BG comprehenso. Summa autem duorum spatiorum AK, GE gnomoni LMN cum quadrato GK aequalis est; itaque quadrato GK subtracto restat LMN. Et gnomon LMN cum quadrato GK aequalia sunt duplo spatio duabus lineis AB, BG comprehenso. Sed iam demonstratum est, quadratum ZD esse quadratum partis AG; itaque gnomon LMN cum duobus quadratis GK, ZD aequalis est duplo spatio duabus lineis AB, BG comprehenso cum quadrato partis AG. Gnomon autem LMN cum summa duorum quadratorum GK, ZD aequalis est quadrato AE cum quadrato GK; quadratum igitur AE cum qua-



5*

ان نبيّن ∴. واما البرهان على هذا الشكل مِن غير صورة على
طريق الحلّ فانا نطلبُ هل ينحل مجموعُ المربعين الكائنين مِن
خطى اب بج الى ضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع
المربع الكائن مِن خط اج ويستويان فنقول انّ مربع اب ينحلّ الى
برهان د مِن ب وذلك ان المربع الكائن مِن خط اب مساو لمجموع
المربعين الكائنين مِن خطى اج جب ولضعف السطح الذى يحيط
به خطا اج جب فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اب بج
اذًا قد انحلّ وساوى ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جب
مع ضعف المربع الكائن مِن خط جب ومع المربع الكائن مِن خط
اج لكن بحسب برهان ج مِن ب فان ضعف السطح الذى يحيط
به خطا اج جب مع ضعف المربع الكائن مِن خط جب مساو لضعف
السطح الذى يحيط به خطا اب بج وقد بقى المربع الكائن مِن
خط اج وضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع المربع
الكائن مِن خط اج مساو لضعف السطح الذى يحيط به خط
(Scr. خطا) اج جب مع ضعف المربع الكائن مِن خط جب ومع
المربع الكائن مِن خط اج فقد انحلّ الى برهان ج مِن ب وساوى
مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اب بج ضعف السطح الذى 29 r.
يحيط به خطا اب جب مع المربع الكائن مِن خط اج وذلك ما اردنا
ان نبيّن ∴. وامّا على طريق التركيب فنبداء الآن فنُركّب فنقول
لمّا انحلّ مجموع مربعى اب بج الى برهان الشكل الثالث وساوى
ضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع المربع الكائن مِن
خط اج [فا]ن بحسب برهان ج مِن ب يكون ضعف السطح الذى

١

drato *GK* aequale est duplo spatio duabus lineis *AB*, *BG* comprehenso cum quadrato lineae *AG*. Uerum quadratum *AE* est quadratum lineae *AB*, quadratum *GK* quadratum lineae *GB*. Ergo quadratum *AE* cum quadrato *GK* aequale est duplo spatio duabus lineis *AB*, *BG* comprehenso et quadrato lineae *AG*. Q. n. e. d.

Si hanc propositionem nulla figura adhibita uia analytica demonstrare uolumus, quaerimus, quo modo summa duorum quadratorum duarum linearum *AB*, *BG* resoluatur in duplum spatium duabus lineis *AB*, *BG* comprehensum cum quadrato lineae *AG*, ita ut aequalia sint.

Dicimus, quadratum [lineae] *AB* ad II, 4 resolui; quadratum enim lineae *AB* aequale est summae duarum quadratorum duarum linearum *AG*, *GB* et duplo spatio duabus lineis *AG*, *GB* comprehenso. Summa igitur duorum quadratorum duarum linearum *AB*, *BG* resoluta aequalis est duplo spatio duabus lineis *AG*, *GB* comprehenso cum duplo quadrato lineae *GB* et quadrato lineae *AG*. Sed ex II, 3 duplum spatium duabus lineis *AG*, *GB* comprehensum cum duplo quadrato lineae *GB* aequale est duplo spatio duabus lineis *AB*, *BG* comprehenso. Restat quadratum lineae *AG*. Et duplum spatium duabus lineis *AB*, *BG* comprehensum cum quadrato lineae *AG* aequale est duplo spatio duabus lineis *AG*, *GB* comprehenso cum duplo quadrato lineae *GB* et cum quadrato lineae *AG*. Ergo resolutione ad II, 3 facta summa duorum quadratorum duarum linearum *AB*, *BG* aequalis est duplo spatio duabus lineis *AB*, *BG* comprehenso cum quadrato lineae *AG*. Q. n. e. d.[1-*])

Ratione synthetica ita componere incipimus, ut dicamus: Quoniam summa duorum quadratorum *AB*, *BG* ad demonstrationem propositionis tertiae resoluta est et aequalis est duplo spatio, quod duabus lineis *AB*, *BG* comprehenditur, cum quadrato lineae *AG*, ex II, 3 duplum spatium duabus lineis *AB*, *BG*

[1-*]) Miras has ambages dedimus, quales in codice sunt.

يحيط به خطا اب بج مع ضعف المربع الكائن مِن خط جب [فضع]فُ السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع مربع خط اج مساو لضعف السطح الذى يحيط به خطا اج [ج]ب مع ضعف المربع الكائن مِن خط جب ومع مربع خط اج لكن بحسب برهان د من ب فان مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جب مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جب مساو للمربع الكائن مِن خط [اب] فيبقى مربع خط جب ونزيده على المربع الكائن مِن خط اب فيصير مجموع المربعين الكائنين مِن خطى [اب] بج مع المربع الكائن مِن خط اج فقد تركّب مِن برهان ج مِن ب وانتهى الى برهان د مِن ب كما انحل مِن برهان د الى برهان ج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثامن مِن المقالة الثانية

كلّ خط مستقيم مفروض يقسم بقسمين اىّ قسمة كانت ويُزادُ فى طوله مثلُ احد القسمين فانّ(1 مربع الخط المفروض مع الخط المزيد مساو لاربعة اضعاف السطح الذى يحيط به الخط المفروض والخط المزيد مع مربع القسم الاخر مثاله ان خط اب مستقيم وقد قسم على نقطة ج قسمةً كيف وقعت وزيد فى طوله خط بد مساويًا لقسم جب فاقول ان مربع خط اد مساو لاربعة اضعاف السطح الذى يحيط به خطا اب بد مع مربع خط اج برهانه انا نعمل سطح اه مربعًا قائم الزوايا كما بيّنا عمله ببرهان مه مِن ا ونُخرج قطر دو ونخرج مِن نقطتى بج خطى جح بط يُوازيان

comprehensum [aequale est duplo spatio lineis *BG*, *GA* comprehenso] cum duplo quadrato lineae *GB*. Itaque duplum spatium duabus lineis *AB*, *BG* comprehensum cum quadrato lineae *AG* aequale est duplo spatio duabus lineis *AG*, [*G*]*B* comprehenso cum duplo quadrato lineae *GB* et cum quadrato lineae *AG*. Sed ex II, 4 summa duorum quadratorum duarum linearum *AG*, *GB* cum duplo spatio duabus lineis *AG*, *GB* comprehenso aequalis est quadrato lineae [*AB*]. Restat igitur quadratum lineae *GB*, quo ad quadratum lineae *AB* addito efficitur summa duorum quadratorum duarum linearum [*AB*], *BG* [aequalis duplo spatio lineis *AB*, *BG* comprehenso] cum quadrato lineae *AG*[1-*])

Ita compositio a II, 3 ad II, 4 progreditur, sicut resolutio a prop. 4 ad 3. Q. n. e. d.

ب B — ج G — ا A

Propositio VIII libri secundi.

Si recta linea data in duas quaslibet partes diuiditur et in ea producta linea alteri parti aequalis adiicitur, quadratum[1]) in linea data simul cum linea adiecta constructum aequale est quadruplo spatio linea data et linea adiecta comprehenso cum quadrato partis alterius.

Exemplificatio. Linea recta *AB* in *G* quolibet modo diuiditur, et in ea producta linea *BD* parti *GB* aequalis adiicitur. Dico, quadratum lineae *AD* aequale esse quadruplo spatio lineis *AB*, *BD* comprehenso cum quadrato lineae *AG*.

[1-*]) Synthesim, quantum per apertos errores lacunasque codicis licuit, restituere conati sumus.

[1]) In margine est: فان تلبين جميع ذلك فى مثله مثل تلبين الخط الاول فى القسم المزيد اربع مرات و تلبين القسم الاخر فى مثله

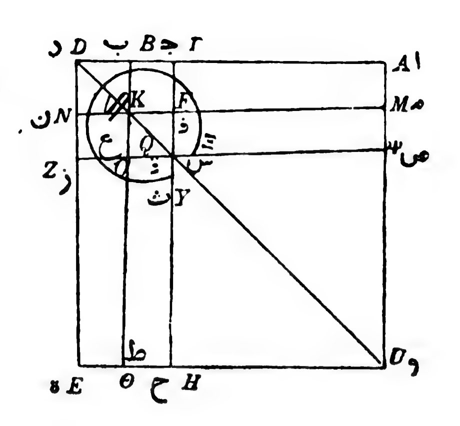
Laterculus totius lineae in se multiplicatae aequalis est laterculo quadruplo lineae ab initio datae in partem adiectam multiplicatae et partis alterius in se multiplicatae.

ضلعى المربع اعنى ضلعى ده او كما بيّنا اخراجَه ببرهان لا مِن ا
ونجيز على نقطتى كق خطى مف كن صق عز موازيين لضلعى
اد وه كما بيّنا اجازته ببرهان لا مِن ا فبحسب رسمنا شكل د
مِن ب ونظِمنا[2] البرهان هُناك يَبيّنُ انّ كل واحد مِن سطحى
بن فع مربع قائم الزوايا متساوى الاضلاع وان سطح بن مربع
خط بد وان سطح فع مربع خط جب وكذلك سطح مط
مربع وسطح صح مربع متساوى الاضلاع ولان خط جب مثل خط
بد فان مربع بز مثل مربع فع وايضا فلان ضلع فك مثل
ضلع كب فان مربع جك مساو لكل واحد مِن مربعى بن فع
وكذلك يبيّن ان سطح كز مربع قائم الزوايا مساو لكل واحد مِن
مربعات جك بن فع فسطوحُ جك بن فع كز الاربعة
مربعات قائمات الزوايا متساويات ولان مربع اه متساوى الاضلاع
قائم الزوايا فبحسب برهان مج مِن ا يكون متمّم اك مساويًا
لمتمم كه وقد تبيّن ان مربع جك مثل مربع كز فيبقى سطح
اف مساويا لسطح عه ولان مط مربع قائم الزوايا متساوى الاضلاع
وعن جنبتى قطرِه سطحا مق قط فبحسب برهان مج مِن ا فان
متمم مق مثل متمم قط ولان سطحى اف مق على قاعدتين
متساويتين وبين خطين متوازيين فان بحسب لو مِن ا يكون
السطحان متساويين فسطوح (فسطحوح Scr) اف مق قط عه
الاربعة متساوية وقد كُنّا بيّنا ان مربعات جك بن فع كز

---

[2]) In codice: ونطمنا

Demonstratio. Spatio AE quadrato rectangulo ex I, 45 constructo et diametro DU ducta a duobus punctis B, G ex I, 31 duas lineas GH, $B\Theta$ duobus lateribus quadrati, i. e. lateribus DE, AU, parallelas ducimus et per puncta K, Q ex I, 31 duas lineas $MFKN$, ΨQOZ duobus lateribus AD, UE parallelas. Iam ex delineatione nostra propositionis II, 4 hic quoque demonstratur, utrumque spatium BN, FO quadratum rectangulum aequilaterum esse. Spatium autem BN quadratum est lineae BD et spatium FO quadratum lineae BG. Eodem modo spatia $M.\Theta$, ΨH quadrata aequilatera sunt.



Iam quoniam linea GB lineae BD aequalis est, quadratum BN quadrato FO aequale erit. Rursus quoniam latus FK lateri KB aequale est, quadratum GK utrique quadrato BN, FO aequale erit. Eodem modo demonstratur, spatium KZ quadratum rectangulum esse singulis quadratis GK, BN, FO aequale, ita ut quattuor spatia GK, BN, FO, KZ quadrata rectangula inter se aequalia sint.

Quoniam igitur AE quadratum aequilaterum rectangulum est, ex I, 43 complementum AK complemento KE aequale erit. Et iam demonstratum est, quadratum GK quadrato KZ aequale esse; itaque relinquitur spatium AF spatio OE aequale. Et quoniam $M\Theta$ quadratum rectangulum aequilaterum est, et ad utramque partem diametri eius duo spatia $M\Theta$, $Q\Theta$ posita sunt, ex I, 43 complementum MQ complemento $Q\Theta$ aequale est. Quoniam autem duo spatia AF, MQ in basibus inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas posita sunt, ex I, 36 inter se aequalia sunt. Itaque quattuor spatia AF, MQ, $Q\Theta$, OE inter se aequalia sunt. Sed iam demonstrauimus, quattuor quadrata GK,

الاربعة ايضا متساوية فاذا الّفْنا سطح اف مع مربع جک حتى يصير سطح اک فمن البيّن انّ علم سـتـث[1] يصير اربعة امثال سطح اک لكن سطح اک يحيط به خطا اب بد لان بک مثل بد فعلم سـتـث اذًا مساو لاربعة اضعاف السطح الذى يحيط به خطا اب بد وسطح صح قد بُيّن انه مربع خط اج فاذا اخذنا[2] مربع صح مشتركا يكون علم سـتـث ومربع صح مساويًا لاربعة امثال السطح الذى يحيط به خطا اب بد مع مربع صح لكن علم سـتـث ومربع صح جميعا مساو لسطح اه وسطح اه هو مربع خط اد فمربع خط اد اذًا مساو لا[ربعة] امثال السطح الذى يحيط به خطا اب بد مع مربع خط اج وذلك ما اردنا ان نبيّن واما النحو الذى نحا اليه ايرُن برسمه خطًا واحدًا فانا متى حللنا مربع خط اد انحلّ الى برهان د مِن ب [وذ]لك لان المربع الكائن مِن خط اد مساو لضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بد مع المربعين الكائنين [مِن خط]ى اب بد ولان بد فُرض مساويًا لقسم بج فان ضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع [الم]ربعين الكائنين مِن خطى اب بج مساو للمربع الكائن مِن خط اد لكن بحسب برهان ز مِن ب يكون المربعان الكائنان مِن خطى اب بج مساويا لضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع مربع خط اج فاذا جمعنا ذلك يكون اربعة اضعاف السطح الذى (الذى) يحيط به خطا اب بج مع مربع حط اج مساويًا لضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع المربعين الكائنين مِن خطى اب بد وقد كنّا بيّنّا ان هذه مساوية للمربع الكائن مِن

29 u.

BN, FO, KZ et ipsa inter se aequalia esse. Quare spatio AF cum quadrato GK ita coniuncto, ut fiat spatium AK, manifestum est, fieri gnomonem ΞTY[1]) $= 4\ AK$. Spatium AK autem duabus lineis AB, BD comprehenditur, quoniam $BK = BD$; gnomon ΞTY igitur aequalis est quadruplo spatio duabus lineis AB, BD comprehenso. Et iam demonstratum est, spatium ΨH esse quadratum lineae AG. Quadrato igitur ΨH communi adiecto gnomon ΞTY cum quadrato ΨH aequalis erit quadruplo spatio duabus lineis AB, BD comprehenso cum quadrato ΨH. Sed gnomon ΞTY cum quadrato ΨH aequalis est spatio AE, quadratum AE autem est quadratum lineae AD. Ergo quadratum lineae AD aequale erit quadruplo spatio duabus lineis AB, BD comprehenso cum quadrato lineae AG. Q. n. e. d.

Demonstratio Heronis una linea delineata haec est: Quadratum lineae AD ex II, 4 resoluatur. Quoniam igitur quadratum lineae AD aequale est duplo spatio duabus lineis AB, BD comprehenso cum duobus quadratis duarum linearum AB, BD, et BD data est aequalis parti BG, erit duplum spatium duabus lineis AB, BG comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum AB, BG quadrato lineae AD aequale. Sed ex II 7 duo quadrata duarum linearum AB, BG aequalia sunt duplo spatio duabus lineis AB, BG comprehenso cum quadrato lineae AG. Quibus coniunctis efficitur quadruplum spatium duabus lineis AB, BG comprehensum cum quadrato lineae AG aequale esse duplo spatio duabus lineis AB, BD comprehenso cum duobus quadratis duarum linearum AB, BG; quod iam demonstrauimus aequale esse quadrato lineae AD. Sed $BG = BD$. Ergo quadruplum spatium duabus lineis AB, BD comprehensum cum quadrato AG aequale est quadrato lineae AD. Et re-

---

[1]) Litera ت *(T)* in figura deest.

[2]) Scriba uerbum primum اخرجنا scriptum recte emendauit et in margine clarius scripsit: اخذنا

خط اد لكن بج مساو لخط بد فاربعة اضعاف السطح الذى يحيط به خطا اب بد مع مربع اج مساو للمربع الكائن مِن خط(ى) اد فقد انحلّ الى شكل د ثم الى شكل ز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

واما على سبيل التركيب فنبداء مِن حيث انتهى بنا الحل فلان اربعة امثال السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع مربع خط اج † فاذا أُخِذَ منه ضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع مربع خط اج بقى ضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج فاذا اخذنا بدَلَ ضعفِ السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع مربع خط اج مجموعَ المربعين الكائنين مِن خطى اب بج وزدناهما على ضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج يكون حينيذ ضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع المربعين الكائنين مِن خطى اب بج مساويًا لاربعة امثال السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع المربع الكائن مِن خط اج وذلك ببرهان ز مِن ب لكن خط بج[1] مثل خط بد فضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بج مع مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اب بج مساو لضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بد مع مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اب بد لكن بحسب برهان د مِن ب فان ضعف السطح الذى يحيط به خطا اب بد مع مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اب بد مساو للمربع الكائن مِن خط اد فاربعةُ اضعاف السطح الذى يحيط به خطا اب بد مع المربع الكائن مِن خط اد [Scr. اج] مساو للمربع الكائن مِن خط اد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

solutio facta est ad propositionem quartam, deinde ad septimam. Q. n. e. d.

In ratione synthetica inde, in quod resolutio nobis desiit, incipimus.

Quoniam quadruplum spatium duabus lineis AB, BG comprehensum cum quadrato lineae AG †*) duplo spatio duabus lineis AB, BG cum quadrato lineae AG subtracto relinquitur duplum spatium duabus lineis AB, BG comprehensum. Iam si pro duplo spatio duabus lineis AB, BG comprehenso cum quadrato lineae AG summam duorum quadratorum duarum linearum AB, BG sumpserimus et haec ad duplum spatium duabus lineis AB, BG comprehensum addiderimus, ex II, 7 duplum spatium duabus lineis AB, BG comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum AB, BG aequale erit quadruplo spatio duabus lineis AB, BG comprehenso cum quadrato lineae AG. Sed $BG = BD$. Itaque duplum spatium duabus lineis AB, BG comprehensum cum summa duorum quadratorum duarum linearum AB, BG aequale est duplo spatio duabus lineis AB, BD comprehenso cum summa duorum quadratorum duarum linearum AB, BD. Sed ex II, 4 duplum spatium duabus lineis AB, BD comprehensum cum summa duorum quadratorum duarum linearum AB, BD aequale est quadrato lineae AD. Ergo quadruplum spatium duabus lineis AB, BD comprehensum cum quadrato lineae AD [Scr. AG] aequale est quadrato lineae AD. Q. n. e. d.

D د ——— ب B ——— ج G ——————— ا A

بنصفين (In duas partes aequales).

*) In textu aperte lacuna est.

[1]) In codice: مع المربع الكائن من خط اج (cum quadrato lineae AG), sed rursus deleta.

الشكل التاسع مِن المقالة الثانية

كل خط مستقيم يُقسم بقسمين متساويين وبقسمين مختلفين اى قسمة كانت فان[1] مجموع المربعين الكائنين مِن قسميه المختلفين مساو لضعف مجموع المربعين الكائنين مِن نصف الخط ومِن الخط الذى هو فضلُ نصف الخط على قسمه الاصغر مثاله انا نفرض الخط المستقيم خط اب ونقسمه بقسمين متساويين على نقطة ج وبقسمين مختلفين على نقطة د فنريد ان نبيّن ان مجموع المربعين الكائنين مِن قسمى اد دب مساو لضعف المربع مِن خط جب مع ضعف المربع الكائن مِن خط جد برهانه انا نقيم على نقطة ج عمود جه مساويًا لخط اج كما بيّنّا اقامتَهُ ببرهان يب(يا .Scr) مِن ا ومساواتَه ببرهان ب مِن ا [فـ]نخرج خطى اه هب ونخرج خط دز موازيا لخط جه كما بيّنّا اخراجَهُ ببرهان لا مِن ا ونُخرج خط زح يُوازى خط [اب و]نخرج خط از فلان عمود جه اتمناهُ مثل خط اج فببرهان [ه][2] مِن [ا][2] يكون زاوية جاه مساويةً لزاوية جها وزاو[ية] اجه قائمة فببرهان لب مِن ا تكون كل واحدة مِن زاويتى جاه جها نصف قائمةٍ وايضًا فلان عمود جه أُخرج مثل [خط] جب فبذلك البرهان والاستشهاد تكون كل واحدة مِن زاويتى جبه جهب نصف قائمة فزاوية اهب اذًا قا[ئمة] ولانّا اخرجنا خطَ زح موازيًا لخط اب وقد وقع عليهما خط هحج فبحسب برهان [كط][2] مِن [ا][2] تكون زاوية هحز الخار[جة] مساويةً لزاوية هجب الداخلة فلان زاوية هجب قائمة تكون زاوية هحز قائمة وكنّا

30 r.

---

[2]) Numeri in codice omissi sunt.

Propositio nona libri secundi.

Si linea recta in duas partes aequales et in duas quaslibet partes inaequales diuiditur, summa[1]) duorum quadratorum duarum partium eius inaequalium aequalis est duplae summae duorum quadratorum dimidiae lineae et lineae, qua dimidia partem minorem superat.

Exemplificatio. Lineam rectam supponimus lineam AB, quam in puncto G in duas partes inter se aequales, in puncto D autem in duas partes inaequales diuidimus. Nobis demonstrandum est, summam duorum quadratorum duarum partium AD, DB aequalem esse duplo quadrato lineae GB cum duplo quadrato lineae GD.

Demonstratio. In puncto G erigimus perpendicularem GE lineae AG aequalem, sicut in I, 12 (Scr. 11) demonstrauimus, quo modo erigatur, in I, 2, quo modo aequalis fiat. Duabus lineis AE, EB ductis lineam DZ ex I, 31 lineae GE parallelam et lineam ZH lineae [AB] parallelam ducimus, et linea AZ ducitur. Quoniam igitur GE perpendicularis erecta est lineae AG aequalis, ex [I, 5][2]) erit $\angle GAE = \angle GEA$. Et $\angle AGE$ rectus est; erit igitur ex I, 32 uterque angulus GAE, GEA dimidius recti. Rursus quoniam perpendicularis GE ducta est lineae GB aequalis, ex eadem demonstratione uterque angulus GBE, GEB dimidius recti erit. Ergo $\angle AEB$ rectus est. Et quoniam linea ZH lineae AB parallela ducta est, et linea EHG in eas incidit, ex [I, 29][2]) angulus exterior

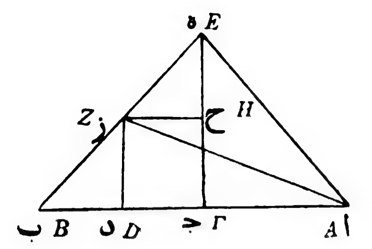
---

[1]) In margine est: فان تلبين كل واحد مِن [قسم]ين المختلفين فى مثله جميعًا مثل تلبين نصف الخط فى مثله وفضل نصف الخط على القسم الاقصر فى مثله جميعا ع

Laterculus summae utriusque partium inaequalium in se multiplicatarum aequalis est laterculo [duplae] summae dimidiae lineae in se multiplicatae et partis, qua dimidia partem minorem superat, in se multiplicatae.

بيّنّا ان زاوية حهز نصف قائمة فبحسب برهان كط مِن ا تبقى زاوية هزح نصف قائمة فزاوية حهز مثل زاوية هزح فبحسب برهان لب مِن ا يكون ساق هح مثل ساق حز وايضا فلان خط اب وقع على خطى هج زد المتوازيين فبحسب الاستشهاد المتقدم تكون زاوية بدز الخارجة مساويةً لزاوية ب جه الداخلة لكن زاوية بجه قائمة فزاوية بدز اذن قائمة وكنّا بيّنّا ان زاوية جبه نصف قائمة فبحسب برهان لب مِن ا تبقى زاوية دزب نصف قائمة فبحسب برهان و مِن ا يكون ساق دب مساويًا لساق دز فلان عمود جه اخرجناهُ مساويًا لخط اج فان مجموع المربعين الكائنين مِن خطى جه اج مساو لضعف المربع الكائن مِن خط اج لكن مجموع مربعى جه اج مساو للمربع الكائن مِن خط اه لان زاوية اجه قائمة وذلك ببرهان(1 [مو] مِن [ا](1 فالمربع الكائن مِن خط اه اذن ضعف المربع الكائن مِن خط اج وايضا فانّا قد بيّنّا ان ضلع حه مثل ضلع حز فمجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى حه حز مساو لضعف المربع الكائن مِن ضلع حز فلان زاوية هحز قائمة فبحسب برهان مو مِن ا يكون مجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى حه حز مثل المربع الكائن مِن خط هز فالمربع الكائن مِن خط هز اذن ضعف المربع الكائن مِن خط زح ولان ضلع حز مثل ضلع جد وذلك بحسب برهان(1 [لد] من(1 [ا] لان سطح حد متوازى الاضلاع فالمربع الكائن مِن خط هز اذن ضعف المربع الكائن من خط جد وقد بيّنا ان المربع الكائن مِن خط هز (اذن) ضعف المربع الكائن مِن خط جد وقد بيّنا ان المربع الكائن مِن خط اه مساو لضعف

EHZ angulo interiori *EGB* aequalis erit, et cum angulus *EGB* rectus sit, rectus erit angulus *EHZ*. Demonstrauimus autem, angulum *HEZ* dimidium recti esse; quare ex I, 29 [scr. 32] relinquitur $\angle$ *EZH* dimidius recti; itaque $\angle$ *HEZ* = $\angle$ *EZH*, et ex I, 32 [scr. 6] latus *EH* aequale est lateri *HZ*. Rursus quoniam linea *AB* in duas lineas *EG*, *ZD* inter se parallelas incidit, ex demonstratione praecedenti angulus exterior *BDZ* angulo interiori *BGE* aequalis erit. Sed $\angle$ *BGE* rectus est; itaque etiam $\angle$ *BDZ* rectus. Iam autem demonstrauimus, angulum *GBE* dimidium recti esse; itaque ex I, 32 relinquitur $\angle$ *DZB* dimidius recti, et ex I, 6 latus *DB* aequale est lateri *DZ*. Iam quoniam perpendicularis *GE* lineae *AG* aequalis ducta est, summa duorum quadratorum duarum linearum *GE*, *AG* aequalis erit duplo quadrato lineae *AG*. Sed [ex I, 46][1]) summa duorum quadratorum *GE*, *AG* aequalis est quadrato lineae *AE*, quoniam $\angle$ *AGE* rectus est. Quadratum igitur lineae *AE* duplo quadrato lineae *AG* aequale erit. Rursus autem demonstrauimus, latus *HE* aequale esse lateri *HZ*. Itaque summa duorum quadratorum duorum laterum *HE*, *HZ* aequalis erit duplo quadrato lateris *HZ*. Et quoniam $\angle$ *EHZ* rectus erit, ex I, 46 summa duorum quadratorum duorum laterum *HE*, *HZ* aequalis erit quadrato lineae *EZ*. Itaque quadratum lineae *EZ* duplo quadrato lineae *ZH* aequale erit. Quoniam autem latus *HZ* ex I, 34 aequale est lateri *GD*, quia spatium *HD* parallelogrammum est, quadratum lineae *EZ* duplo quadrato lineae *GD* aequale erit. Demonstrauimus igitur, quadratum lineae *EZ* duplo quadrato lineae *GD* aequale esse, itemque quadratum lineae *AE* aequale esse duplo quadrato lineae *AG*; summa igitur duorum quadratorum duarum linearum *AE*, *EZ* aequalis est sum-



[1]) Numeri in codice omissi sunt.

المربع الكائن مِن خط اج فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى
اه هز مساو لمجموع ضعف المربعين الكائنين مِن خطى اج جد
لكن بحسب مو مِن ا يكون مجموع المربعين الكائنين مِن خطى
اه هز مثل المربع الكائن مِن خط از فلان زاوية اهز قائمة فالمربع
الكائن مِن خط از اذن مساو لمجموع ضعف المربعين الكائنين
مِن خطى اج جد لكن ببرهان مو من ا يكون مجموع المربعين
الكائنين مِن خطى اد دز مساويًا للمربع الكائن مِن خط از
فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اد دز يساوى ضعف المربعين
الكائنين مِن خطى اج جد لكن دز قد بيّنا انّه مساو لخط دب
فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اد دب مساو لضعف
المربعين الكائنين مِن خط[ى] اج بد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

30 u. وامّا البرهان على هذا الشكل على مذهب ايرُن بطريق الحلّ فانا
قد علمنا من برهان ([1]د) من [ب]ان المربع الكائن من خط اد
مساو لضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد مع المربعين
الكائنين مِن خطى اج جد فقد انحلّ مجموعُ المربعين الكائنين
مِن خطى اد دب الى ان صارا مساويين لضعف السطح الذى يحيط
به خطا اج جد مع المربعين الكائنين مِن خطى اج جد ومربع
بد فينبغى اذن ان نُبيّن ان ضعف المربعين الكائنين [مِن]
خطى اج جد مساو لضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد
ولمجموع المربعين الكائنين مِن [خطى] اج جد ولمربع بد فانّا متى
اسقطنا مربعى اج جد المشتركين يبقى ضعف السطح الذى
يحيط [به] خطا اج جد مع مربع خط بد مساويًا لمجموع مربعى

mae duplae duorum quadratorum duarum linearum *AG*, *GD*. Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum *AE*, *EZ* aequalis est quadrato lineae *AZ*, quia $\angle AEZ$ rectus est; quare quadratum lineae *AZ* aequale erit summae duplae duorum quadratorum duarum linearum *AG*, *GD*. Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum *AD*, *DZ* aequalis est quadrato lineae *AZ*; itaque summa duorum quadratorum duarum linearum *AD*, *DZ* aequalis est duplo duorum quadratorum duarum linearum *AG*, *GD*. Iam autem demonstrauimus, [lineam] *DZ* aequalem esse lineae *DB*. Ergo summa duorum quadratorum duarum linearum *AD*, *DB* aequalis est duplo duorum quadratorum duarum linearum *AG*, *BD* [scr. *GD*]. Q. n. e. d.

Si hanc propositionem ex ratione Heronis uia analytica demonstrare uoluerimus, iam [ex II, 4][1]) scimus, quadratum lineae *AD* aequale esse duplo spatio duabus lineis *AG*, *GD* comprehenso cum duobus quadratis duarum linearum *AG*, *GD*. Summa igitur duorum quadratorum duarum linearum *AD*, *DB* ita resoluta est, ut fiant aequalia duplo spatio duabus lineis *AG*, *GD* comprehenso cum duobus quadratis duarum linearum *AG*, *GD* et quadrato *BD*. Iam nobis demonstrandum est, duplum duorum quadratorum duarum linearum *AG*, *GD* aequale esse duplo spatio duabus lineis *AG*, *GD* comprehenso et summae duorum quadratorum duarum linearum *AG*, *GD* et quadrato *BD*. Subtractis duobus quadratis *AG*, *GD* communibus relinquitur duplum spatium duabus lineis *AG*, *GD* comprehensum cum quadrato lineae *BD* summae duorum quadratorum duarum linearum *AG*, *GD* aequale. Sed $AG = GB$. Summa igitur duorum quadratorum duarum linearum *BG*, *GD* duplo spatio duabus lineis *BG*, *GD* comprehenso cum quadrato lineae *BD* aequalis est. Sed ex II, 7 summa duorum quadratorum duarum linearum *BG*, *GD* aequalis est duplo spatio duabus lineis *BG*, *GD* comprehenso cum quadrato lineae *BD*. Demonstratio igitur resoluta est ad

---

[1]) Numeri in codice omissi sunt.

خطى اج جد لكن خط اج مساو لخط جب فم[ربع]وع مربعى خطى
بج جد مساو لضعف السطح الذى يحيط به خطا بج جد مع
المربع الكائن من [خط ب]د لكن بحسب برهان ز مِن ب يكون
مجموع المربعين الكائنين مِن خطى بج جد مساويا لضعف
السطح الذى يحيط به خطا بج جد مع مربع خط بد فقد انحلّ
البرهانُ الى شكل ز مِن ب وتبيّن ان مجموع المربعين الكائنين
مِن خطى اد دب مساو لضعف المربعين الكائنين مِن خطى اج
جد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ واما على سبيل التركيب فنبدا
الآن فنُركب فلان البرهان انتهى بنا الى انّ مجموع المربعين
الكائنين مِن خطى بج جد مساو لضعف السطح الذى يحيط به خطا
بج جد مع المربع الكائن مِن خط دب وخط اج مساو لخط جب فانّ
مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جب مساو لضعف السطح الذى
يحيط (الذى يحيط) به خطا اج جد مع المربع الكائن مِن خط دب
ونزيد مربعى اج جد وناخذهما مشتركين فيصير ضعف المربع الكائن
مِن خطى اج جد مساويًا لضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد
مع المربعين الكائنين مِن خطى اج جد ومع المربع الكائن مِن خط
دب لكن بحسب برهان د مِن ب فانّ المربع الكائن مِن خط اد مساو
لضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد مع المربعين الكائنين
مِن خطى اج جد فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اد دب مساو
لضعف المربعين الكائنين مِن خطى اج جد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل العاشر مِن المقالة الثانية

كل خط مستقيم يقسم بنصفَين ويُزادُ فى طوله خط اخر فانّ [1]

II, 7, et demonstratum est, summam duorum quadratorum duarum linearum AD, DB aequalem esse duplo duorum quadratorum duarum linearum AG, GD. Q. n. e. d.

Iam ratione synthetica componere incipimus. Quoniam demonstratio in hoc nobis desiit, ut summa duorum quadratorum duarum linearum BG, GD aequalis sit duplo spatio duabus lineis BG, GD comprehenso cum quadrato lineae DB, linea autem AG lineae GB aequalis est, summa duorum quadratorum duarum linearum AG, GB [scr. GD] aequalis erit duplo spatio duabus lineis AG, GD comprehenso cum quadrato lineae DB. Duobus igitur quadratis AG, GD communibus additis duplum quadratum [scr. quadratorum] duarum linearum AG, GD aequale est duplo spatio duabus lineis AG, GD comprehenso cum duobus quadratis duarum linearum AG, GD et quadrato lineae DB. Ex II, 4 autem quadratum lineae AD aequale est duplo spatio duabus lineis AG, GD comprehenso cum duobus quadratis duarum linearum AG, GD. Ergo summa duorum quadratorum duarum linearum AD, DB aequalis est duplo duorum quadratorum duarum linearum AG, GD. Q. n. e. d.

ب ——— د ——— ج ——— ا
B D G A

Propositio X libri secundi.

Si recta linea in duas partes aequales diuiditur, et in ea producta alia linea adiicitur, quadratum[1]) totius lineae simul cum

---

[1]) In margine est: فان تلبين جميع ذلك فى مثله والزيادة فى مثلها جميعا هو مثل تلبين نصف الخط الاول مع الزيادة فى مثله وتلبين نصف الخط الاول فى مثله جميعًا ع

Laterculus totius lineae in se multiplicatae et [laterculus lineae] adiectae in se multiplicatae simul sumpti aequales sunt [duplo] laterculo dimidiae lineae ab initio datae cum adiecta in se multiplicatae et [duplo] laterculo dimidiae lineae ab initio datae in se multiplicatae simul sumptis.

مربع الخط كلّه مع الزيادة ومربع الزيادة اذا جُمِعا مساو لضعف المربعين الكائنين مِن نصف الخط ومِن نصف الخط مع الزيادة اذا جُمِعا مثاله انّ خط اب قُسم بنصفين على علامة ج وزيد فى طوله خط بد فاقول ان مجموع المربعين الكائنين مِن خطّى اد دب مساو لضعف مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جد برهانه انا نُقِيم على نقطة ج عمودَ جه مساويًا لخط اج كما بيّنا قيامَهُ ببرهانى يب وب مِن ا ونُخرج خطّى اه هب ونخرج خط هز موازيًا لخط جد كما بيّن ببرهان لا مِن ا ونخرج مِن نقطة د خط دز موازيًا لخط جه فلان خطّى هج دز متوازيان وقد اجيز عليهما خط هز فان مجموع زاويتى جهز هزد مثل مجموع زاويتين قائمتين وذلك بحسب برهان كط مِن ا فزاويتا دزه زهب اصغر مِن زاويتين قائمتين فبحسب برهان اغانيس فى مقدمة كط مِن ا واضافتنا اليه فان خطى هب زد اذا أُخرجا على استقامة التقيا فنخرجهما وليلتقيا على نقطة ح ونخرج خط اح فلان عمود جه مثل خط اج فبحسب برهان ه مِن ا تكون زاوية جاه مثل زاوية جها 31 r. وزاوية اجه قائمة فبحسب برهان لب مِن ا فان كل واحدة مِن زاويتى جاه جها نصف قائمةٍ وبمثل هذا البرهان والاتشهاد يتبيّن ان كل واحدة مِن راويتى جبه جهب نصف قائمةٍ فزاوية اهب اذن قائمة وبحسب برهان يه مِن ا تكون زاوية دبح مساويةً لزاوية هبا فزاوية دبح اذًا نصف [قائ]مة وزاوية بدح قائمة لانها مثلُ زاوية هزد وذلك بحسب برهان كط مِن ا فبحسب برهان لب مِن ا تبقى ز[اوية] دحب نصف قائمة فضلع بد مثل ضلع دح وضلع زه ايضا

adiecta et quadratum adiectae simul sumpta duplo maiora sunt quadrato dimidiae lineae et quadrato dimidiae lineae simul cum adiecta simul sumptis.

Exemplificatio. Linea AB in puncto G in duas partes aequales diuiditur, et in ea producta linea BD adiicitur. Dico, summam duorum quadratorum duarum linearum AD, DB duplo maiora esse summa duorum quadratorum duarum linearum AG, GD.

Demonstratio. In puncto G perpendicularem GE lineae AG aequalem erigimus, sicut in I, 12 [scr. I, 11] et I, 2 demonstrauimus, quo modo erigatur. Duabus lineis AE, EB ductis ex I, 31 lineam EZ lineae GD parallelam et a puncto D lineam DZ lineae GE parallelam ducimus. Quoniam igitur duae lineae EG, DZ inter se parallelae sunt, et linea EZ in eas ducta est, ex I, 29 summa duorum angulorum GEZ, EZD summae duorum rectorum aequalis erit; itaque duo anguli DZE, ZEB duobus rectis minores sunt. Quare ex demonstratione Gemini in praemissis ad I, 29 et ex eo, quod ei a nobis additum est,*) duae lineae EB, ZD in directum productae concurrent. Productae igitur in puncto H concurrant.

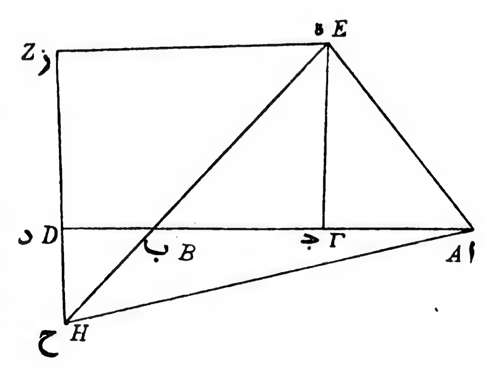
Lineam AH ducimus. Quoniam perpendicularis GE lineae AG aequalis est, ex I, 5 erit $\angle GAE = GEA$. Sed $\angle AGE$ rectus est; itaque ex I, 32 uterque angulus GAE, GEA dimidius est recti. Et ex eadem demonstratione et ratione etiam utrumque angulum GBE, GEB dimidium recti esse demonstramus; itaque angulus AEB rectus est. Sed ex I, 15 erit $\angle DBH = EBA$; itaque angulus DBH dimidius est recti. Et ex I, 29 angulus BDH rectus est, quoniam angulo EZD aequalis est; ex I, 32 igitur relinquitur angulus DHB dimidius recti. Quare $BD = DH$, et $ZE = ZH$, quoniam etiam angulus ZEH dimidius recti est.

His demonstratis ad superiora reuertimur. Quoniam $GE = AG$,

*) I p. 127 sqq.

مثل زح لان زاوية زهح ايضا نصف قائمة فا.... تبيّنت هذه الاشياء
فنعود فلان ضلع جه مثل ضلع اج فان المربعين الكائنين مِن
ضلعى جه جا اذا جُمِعا [مثل] ضعف المربع الكائن مِن ضلع اج
لكن مجموع المربعين الكائنين من ضلعَى هج جا مثل المربع
الكائن مِن ضلع اه بحـ[سب] برهان مو مِن ا فالمربع الكائن مِن
ضلع اه اذن مثل ضعف المربع الكائن مِن ضلع اج وقد بيّنا ان
ضلع زه مثل ضلع زح فمجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى زه
زح مثل ضعف المربع الكائن مِن خط هز فلان زاوية هزح قائمة
فبحسب برهان كو مِن ا يكون مجموع المربعين الكائنين مِن
ضلعى هز زح مثل المربع الكائن مِن ضلع هح فالمربع الكائن مِن
ضلع هح اذن مثل ضعف المربع الكائن مِن ضلع هز وضلع هز مثل
ضلع جد وذلك ببرهان لد مِن ا فمربع خط هح اذن مساو لضعف
مربع خط جد وقد كان يتبيّن ان مربع خط اه مثل ضعف مربع
خط اج فمجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى اه هح اذًا مثل
ضعف مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جد لكن بحسب
برهان مو مِن ا يكون مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اه هح
مثل المربع الكائن مِن خط اح وكذلك مجموع المربعين الكائنين
مِن ضلعى اد دح مثل المربع الكائن مِن خط اح لانّ زاوية ادح
قائمة فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اه هح مثل مجموع
المربعين الكائنين مِن خطى اد دح وقد بيّنا ان مجموع المربعين
الكائنين مِن خطى اه هح مثل ضعف المربعين مِن خطى اج جد
وقد بيّنا ان دح مثل دب فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى

duo quadrata duorum laterum GE, GA coniuncta duplo maiora sunt quadrato lateris AG. Sed summa duorum quadratorum duorum laterum EG, GA ex I, 46 aequalis est quadrato lateris AE; itaque quadratum lateris AE duplo maius est quadrato lateris AG. Sed iam demonstrauimus, latus ZE lateri ZH aequale esse; summa igitur duorum quadratorum duorum laterum ZE, ZH duplo maior est quadrato lineae EZ. Et quoniam angulus EZH rectus est, ex I, 26 (scr. 46) summa duorum quadratorum duorum laterum EZ, ZH aequalis erit quadrato lateris EH; itaque quadratum lateris EH duplo maius erit quadrato lateris EZ. Uerum $EZ = GD$, ut ex I, 34 demonstratur; itaque quadratum lineae EH duplo maius est quadrato lineae GD. Sed iam demonstratum est, quadratum lineae AE duplo maius esse quadrato lineae AG; itaque summa duorum quadratorum duorum laterum AE, EH duplo maior est summa duorum quadratorum duarum linearum AG, GD. Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum AE, EH aequalis est quadrato lineae AH. Eodem modo summa duorum quadratorum duorum laterum AD, DH aequalis est quadrato lineae AH, quoniam angulus ADH rectus est; summa igitur duorum quadratorum duarum linearum AE, EH aequalis est summae duorum quadratorum duarum linearum AD, DH. Sed iam demonstrauimus, summam duorum quadratorum duarum linearum AE, EH duplo maiorem esse duobus quadratis duarum linearum AG, GD. Et demonstrauimus, esse $DH = DB$. Ergo iam demonstratum est, summam duorum quadratorum duarum linearum AD, DB duplo maiorem esse duobus quadratis duarum linearum AG, GD. Q. n. e. d.



اد دب قد تبيّن انه ضعف المربعين الكائنين مِن خطى اج جد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ واما البرهان على مذهب ايرن من طريق الحلّ فانا نوجب انّا قد وجدنا ان مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اد دب مثل ضعف المربعين الكائنين مِن خطى اج جد فنقول ان مِن برهان د مِن ب ان المربع الكائن مِن خط اد مثل مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جد وضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جد مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد ومع المربع الكائن مِن خط بد مثل ضعف المربعين الكائنين مِن خطى اج جد فاذا اسقطنا مربعى اج جد المشتركين مِن جميعهما بقى ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد مع المربع الكائن مِن خط بد مثل مجموع المربعين (المربعين) الكائنين مِن خطى اج جد لكن اج مثل جب فضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد مثل ضعف السطح الذى يحيط [به] خطا دج جب ومجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جد مثل مجموع المربعين الكائنين مِن خطى جد جب فضعف السطح الذى يحيط به خطا دج جب مع المربع الكائن مِن خط دب مثل مجموع المربعين الكائنين مِن خطى دج جب فقد انحل الى برهان ز مِن ب وتبيّنَ ان مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اد دب مثل ضعف المربعين لكائنين مِن خطى اج جد وذلك ما اردنا ان نبيّن واما طريق التركيب فانا نبتدى مِن حيث انتهى بنا الحلُ فنقول فلان مجموع المربعين الكائنين مِن خطى دج جب مثل ضعف السطح الذى يحيط به

31 u.

Analysis ex ratione Heronis haec est: Supposuimus, nos inuenisse, summam duorum quadratorum duarum linearum AD, DB duplo maiorem esse duobus quadratis duarum linearum AG, GD. Dicimus igitur, quadratum lineae AD ex II, 4 aequale esse summae duorum quadratorum duarum linearum AG, GD cum duplo spatio duabus lineis AG, GD comprehenso. Itaque summa duorum quadratorum duarum linearum AG, GD cum duplo spatio duabus lineis AG, GD comprehenso et cum quadrato lineae BD duplo maior est duobus quadratis duarum linearum AG, GD. Iam si duo quadrata [linearum] AG, GD duabus summis communia subtrahimus, relinquitur duplum spatium duabus lineis AG, GD comprehensum cum quadrato lineae BD summae duorum quadratorum duarum linearum AG, GD aequale. Sed $AG = BG$; itaque duplum spatium duabus lineis AG, GD comprehensum aequale erit duplo spatio duabus lineis DG, GB comprehenso, et summa duorum quadratorum duarum linearum AG, GD summae duorum quadratorum duarum linearum GD, GB aequalis; quare duplum spatium duabus lineis DG, GB comprehensum cum quadrato lineae DB aequale est summae duorum quadratorum duarum linearum DG, GB. Ergo iam ad II, 7 resolutum est, et demonstratum est, summam duorum quadratorum duarum linearum AD, DB duplo maiorem esse duobus quadratis duarum linearum AG, GD. Q. n. e. d.

In ratione synthetica inde incipimus, in quod resolutio nobis desiit, et dicimus: Quoniam summa duorum quadratorum duarum linearum DG, GB aequalis est duplo spatio duabus lineis DG, GB comprehenso cum quadrato lineae DB, et $AG = GB$, summa duorum quadratorum duarum linearum AG, GD aequalis erit duplo spatio duabus lineis AG, GD comprehenso cum quadrato lineae DB. Iam ad summam duorum quadratorum duarum linearum AG, GD duobus aliis quadratis, quae sunt quadrata duarum linearum AG, GD, additis, et hoc eodem addito ad duplum spatium duabus lineis AG, GD comprehensum cum quadrato lineae BD, [duplum] duorum quadratorum duarum

خطا دج جب مع المربع الكائن مِن خط دب لكن خط اج مثل خط جب [فمجموع] المربعين الكائنين مِن خطى اج جد مثل ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد مع مربع دب فـ[اذا؟] زدنا على مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج جد مربعين آخرين كائنين مِن خطى اب وجد وزد[نا] ذلك بعينه على ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد مع المربع الكائن مِن خط دب فانّ [ضعف] المربعين مِن خطى اج جد مثل ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد مع المربعين الكائنين مِن خطى اج جد ومع المربع الكائن مِن خط بد لكن بحسب برهان د مِن ب فان ضعف السطح الذى يحيط به خطا اج جد مع المربعين الكائنين مِن خطى اج جد مساويان (!) لمربع اد فقد تبيّن ان مجموع المربعين الكائنين مِن خطى اد دب مثل مجموع ضعف المربعين الكائنين مِن خطى اج جد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الحادى عشر مِن المقالة الثانية

نريد ان نبيّن كيف نقسم خطاً معلوما مستقيما مفروضا قسمة[1] يكون[2] السطح الذى يحيط به الخط كله واحد القسمين مساويا للمربع الكائن مِن القسم الآخر مثاله ان خط اب مستقيم مفروض فنريد ان نبيّن كيف [نقسم] خط اب قسمةً يكون السطح الذى يحيط به خط اب واحد القسمين مساويا لمربع القسم الآخر فنعمل على خط اب سطحا مربعا قائم الزوايا كما بيّنا عملَه ببرهان مو مِن ا ونقسم خط اج بنصفين على نقطة ه كما بيّناه ببرهان ي مِن ا ونخرج خط هب ونخرج خط ها حتى يصير مساويا

linearum AG, GD aequale erit duplo spatio duabus lineis AG, GD comprehenso cum duobus quadratis duarum linearum AG, GD et cum quadrato lineae BD. Sed ex II, 4 duplum spatium duabus lineis AG, GD comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum AG, GD aequale est quadrato [lineae] AD. Ergo iam demonstratum est, summam duorum quadratorum duarum linearum AD, DB duplo maiorem esse summa duorum quadratorum duarum linearum AG, GD. Q. n. e. d.

D د ب B ج G ا A

Propositio undecima libri secundi.

Demonstrare uolumus, quo modo lineam (notam) rectam datam ita diuidamus[1]), ut[2]) spatium linea tota et alterutra parte comprehensum quadrato reliquae partis aequale sit.

Exemplificatio. Linea recta AB data est. Demonstrare uolumus, quo modo lineam AB ita diuidamus, ut spatium linea AB et alterutra parte comprehensum quadrato partis alterius aequale sit.

Construimus igitur ex I, 46*) in linea AB spatium quadratum rectangulum, et ex I, 10 lineam AG in duas partes aequales di-

---

[1]) Atramento rubro supra scriptum est: بقسمين (in duas partes).

[2]) In margine est: تلبين الخط في احدهما مثل تلبين القسم الاخر في مثله

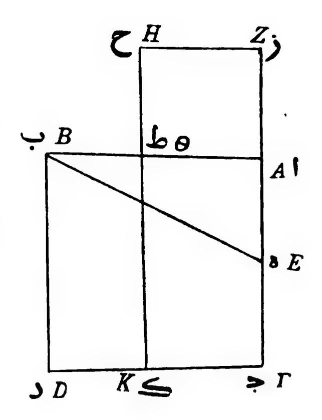
»Laterculus lineae in alteram earum (sic!) multiplicatae aequalis est laterculo partis alterius in se multiplicatae.«

Nisi fallor, librarius notam cum textu coniunxit et pro قسمة legere uoluit: بقسمين, ut sententia fieret: »Demonstrare uolumus, quo modo lineam datam ita in duas partes diuidamus, ut laterculus lineae in alteram earum multiplicatae« eqs.

*) Apud Euclidem est I, 46, apud nostrum uero I, 45. Cfr. p. 63, 4.

لخط ەب وليكن خط ەز ونعمل على خط از مربعا كما بيّناه
ببرهان مو مِن ا وليكن مربع زط ونخرج خط حطك موازيا
لضلعى اج بد كما بيّنا اخراجَهُ ببرهان لا مِن ا فاقول انا قد
قسمنا خط اب بقسمين على نقطة ط قسمةً يكون السطح الذى
يحيط به خط اب واحد القسمين وهو بط مساويا لمربع القسم
الآخر وهو اط برهانه ان خط اج قد قُسم بنصفين على نقطة ه
وزيد فى طوله خط از فبحسب برهان و مِن ب يكون السطح الذى
يحيط به خطا جز زا مع المربع الكائن مِن خط اه مساويًا للمربع
الكائن مِن خط ەز لكن خط ەز مساو لخط ەب فالسطح الذى يحيط
به خطا جز زا مع المربع الكائن من خط اه مساو للمربع الكائن مِن
خط ەب لكن بحسب برهان مو مِن ا فان مجموع المربعين الكائنين
مِن خطى ەا اب مساو للمربع الكائن مِن خط ەب والمساوية لشىء
واحد فهى متساوية فالسطح الذى يحيط به خطا جز زا مع المربع
الكائن مِن خط اه مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اه اب
فاذا القينا المربع لكائن مِن خط اه المشترك بقى السطح الذى
يحيط به خطا جز زا مساويًا للمربع الكائن مِن خط اب لكن السطح
الذى يحيط به خطا جز زا هو سطح زك لان خط از مساو لخط زح
فسطح زك اذًا مساو لمربع اد فاذا القينا سطح اك المشترك 32 r.
بقى مربع زط مساويًا لسطح طد لكن سطح طد يحيط به خطا
اب بط لان خط اب مساو لخط بد ومربع زط هو الكائن مِن
خط اط فقد تبيّن انّ السطح الذى يحيط [به] خطا اب بط
مساو للمربع الكائن مِن خط اط وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ تال

uidimus in puncto E et lineam EB ducimus lineamque EA producimus, donec lineae EB aequalis fiat; sit linea EZ. In linea AZ ex I, 46 construimus quadratum $Z\Theta$, et lineam $H\Theta K$ ex I, 31 duobus lateribus AG, BD parallelam ducimus. Dico, nos lineam AB ita in puncto Θ in duas partes diuisisse, ut spatium linea AB et altera parte, scilicet $B\Theta$, comprehensum aequale sit quadrato partis alterius, i. e. $A\Theta$.



Demonstratio. Linea AG in puncto E in duas partes aequales diuisa est, et in ea producta adiecta est linea AZ; itaque ex II, 6 spatium duabus lineis GZ, ZA comprehensum cum quadrato lineae AE quadrato lineae EZ aequale est. Sed $EZ = EB$; spatium igitur duabus lineis GZ, ZA comprehensum cum quadrato lineae AE quadrato lineae EB aequale erit. Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum EA, AB quadrato lineae EB aequalis est; et quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; itaque spatium duabus lineis GZ, ZA comprehensum cum quadrato lineae AE aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum AE, AB. Iam quadrato lineae AE, quod commune est, subtracto relinquitur spatium duabus lineis GZ, ZA comprehensum quadrato lineae AB aequale. Uerum spatium duabus lineis GZ, ZA comprehensum spatium ZK est, quoniam $AZ = ZH$; itaque spatium ZK quadrato AD aequale est. Subtracto igitur spatio AK, quod commune est, relinquitur quadratum $Z\Theta$ spatio ΘD aequale. Sed spatium ΘD duabus lineis AB, $B\Theta$ comprehenditur, quoniam $AB = BD$; et quadratum $Z\Theta$ est quadratum lineae $A\Theta$.

Ergo demonstratum est, spatium duabus lineis AB, $B\Theta$ comprehensum aequale esse quadrato lineae $A\Theta$. Q. n. e. d.

ايرُن ان هذا الشكل ليس يمكن ان يبرهن عليه بلا صورة
وذلك ان فى الم[ساوية؟] قد يجبُ باضطرارٍ ان نعلم الاعمال التى
نتمّ بها فامّا فى مطالب البرهان فان [ذ]لك مِن الفضل وقد بيّنا
فى الاشكال التى تقدّمت انه ليس يحتاج فيها الى اعمال وانما
يحتاج فيها الى برهان [وقد بيّنا] براهينها بلا رسوم فيما تقدّم
ومِن اجل ان هذا المطلب يحتاج فيه الى عملٍ لذلك صار غير
ممكن ان تبيّن بلا رسم واذا كان هذا هكذا فانا لا نتثاقل عن
النظر (الخط .scr) بان نضع برهانًا آخر متقنًا مستقصًى فنقول انا
نفرض الخط المعلوم خط اب ونريد ان نبيّن كيف نقسم خط اب
قسمةً يكون السطح الذى يحيط به الخط كله واحد القسمين
مساويا لمربع القسم الآخر فنخرج مِن نقطة ا عمود اج مساويًا
لنصف خط اب كما بيّنا ذلك ببرهان الشكل المضاف الى يا مِن
ا ونخرج خط جب ونفصل جد مساويا لخط جا كما بيّنا ذلك
ببرهان ج مِن ا فلان المربع الكائن مِن خط جب مساو لمجموع
المربعين الكائنين مِن ضلعى اج اب وخط جد مساو لخط جا فان
ضلع اب اعظم مِن خط بد وذلك لان مربع جب مساو لمجموع
مربعى جد دب مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا جد دب
وذلك تبيّن ببرهان د مِن ب فاذا اسقطنا مربعى خطى اج جد
بقى مربع خط اب مساويًا لمربع خط بد ولضعف السطح الذى
يحيط به خطا جد دب فاذًا خط اب اعظم من خط بد فنفصل
مِن خط اب خط به مساويًا لخط بد كما بيّنا ذلك ببرهان ج
من ا فاقول انا قد قسمنا خط اب على نقطة ه قسمة يكون

Hero dixit: Fieri non potest, ut hanc propositionem sine figura demonstremus.*) Et hoc eo fit, quod in [problematis] plane necessarium est scire, quibus operationibus perficiantur; quod in theorematis superfluum est.[1]) Iam in propositionibus, quae praecedunt, demonstrauimus, in iis non operatione, sed sola demonstratione opus esse, easque hucusque figuris non descriptis demonstrauimus. In hac autem propositione quoniam operatione opus est, fieri non potest, ut figura non descripta demonstretur. Quae cum ita sint, haud difficulter linea descripta[2]) demonstrationem certam et adcuratam ponimus.

Dicimus igitur, nos supposuisse datam lineam esse lineam AB, et nobis demonstrandum esse, quo modo lineam AB ita diuidamus, ut spatium tota linea et alterutra parte comprehensum aequale sit quadrato partis reliquae. A puncto A ex demonstratione propositioni I, 11 addita**) lineam AG dimidiae lineae AB aequalem perpendicularem erigimus, et ducta linea GB ex I, 3 GD abscindimus lineae GA aequalem. Et quoniam quadratum lineae GB aequale est summae duorum quadratorum duorum laterum AG, AB, et $GD = GA$, latus AB linea BD maius est; nam ex II, 4 quadratum GB aequale est summae duorum quadratorum GD, DB cum duplo spatio duabus lineis GD, DB comprehenso; duobus igitur quadratis duarum linearum AG, GD subtractis relinquitur quadratum lineae AB aequale quadrato lineae DB et duplo spatio duabus lineis GD, DB comprehenso; quare $AB > BD$. Iam a linea AB ex I, 3 lineam BE

*) Schol. Eucl. II nr. 70 p. 248, 10; 71 p. 248, 12.

[1]) Gherardus Cremonensis (ed. Curtze p. 106 l. 14—15) aperte legit: فصل pro فضل eaque de causa uertit: »differentia«.

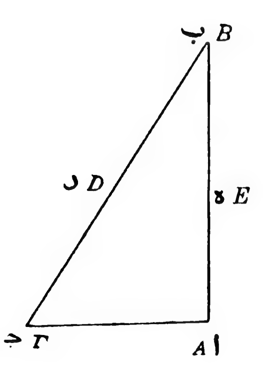
[2]) Uerbum codicis omni sensu carens, quod est النظر, e uerbis Gherardi Cremonensis emendans uerbum, quod est الخط, in textum recepi.

**) I p. 73 sq.

السطح الذى يحيط به خطا با اه مساويًا للمربع الكائن من خط
به برهانه ان المربع الكائن مِن خط جب مساو لمجموع المربعين
الكائنين مِن قسمى جد دب مع ضعف السطح الذى يحيط به
خطا جد دب وذلك بحسب برهان د مِن ب لكن بحسب برهان مو
مِن ا يكون المربع الكائن مِن خط جب مساويا لمجموع المربعين
الكائنين مِن خطى جا اب لانّ زاوية جاب قائمة فمجموع المربعين
الكائنين مِن قسمى جد دب مع ضعف السطح الذى يحيط به
خطا جد دب مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اج اب
وكنّا فصلنا جد مثل اج وفصلنا به مثل بد فاذًا مجموعُ المربعين
الكائنين مِن [خطى] اج به مع ضعف السطح الذى يحيط به
خطا اج به مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى جا اب
فاذا القينا جا المشترك بقى ضعف السطح الذى يحيط به خطا
جا هب مع المربع الكائن مِن خط هب مساويًا للمربع الكائن مِن
خط اب فلان خط اب ضعف خط جا يكون ضعف السطح الذى
يحيط به خطا اج هب مساويًا للسطح الذى يحيط به خطا اب به
وذلك بحسب برهان ا مِن ب فالسطح الذى يحيط به خطا اب به
مع المربع الكائن من خط به مساو للمربع الكائن مِن خط اب
لكن بحسب برهان ب مِن ب فانّ مجموع السطحين اللذين يحيط
باحدهما خطا با اه وبالاخر خطا اب به مساو للمربع الكائن مِن
خط اب فاذًا السطح الذى يحيط به خطا اب به مع المربع الكائن
مِن خط به مساو للسطحين اللّذين يحيط باحدهما خطا اب
به وبالاخر خطا با اه فاذا القينا السطح الذى يحيط به خطا اب

ita abscindimus, ut fiat lineae BD aequalis. Dico, nos lineam AB in puncto E ita diuisisse, ut spatium duabus lineis BA, AE comprehensum quadrato lineae BE aequale sit.

Demonstratio. Quadratum lineae GB ex II, 4 aequale est summae duorum quadratorum duarum partium GD, DB cum duplo spatio duabus lineis GD, DB comprehenso. Ex I, 46 autem quadratum lineae GB aequale est summae duorum quadratorum duarum linearum GA, AB, quia $\angle GAB$ rectus est; summa igitur duorum quadratorum duarum partium GD, DB cum duplo spatio duabus lineis GD, DB comprehenso aequalis est summae duorum quadratorum duarum linearum AG, AB. Uerum GD [lineae] AG aequalem et BE [lineae] BD aequalem abscidimus; itaque summa duorum quadratorum [duarum linearum] AG, BE cum duplo spatio duabus lineis AG, BE comprehenso aequalis est summae duorum quadratorum duarum linearum GA, AB. Quadrato igitur lineae GA, quod commune est, subtracto relinquitur duplum spatium duabus lineis GA, EB comprehensum cum quadrato lineae EB quadrato lineae AB aequale. Et quoniam AB duplo maior est linea GA, ex II, 1 duplum spatium duabus lineis AG, EB comprehensum aequale est spatio duabus lineis AB, BE comprehenso; spatium igitur duabus lineis AB, BE comprehensum cum quadrato lineae BE aequale est quadrato lineae AB. Sed ex II, 2 summa duorum spatiorum, quorum alterum duabus lineis BA, AE, alterum duabus lineis AB, BE comprehenditur, aequalis est quadrato lineae AB; itaque spatium duabus lineis AB, BE comprehensum cum quadrato lineae BE aequale est duobus spatiis, quorum alterum duabus lineis AB, BE, alterum duabus lineis BA, AE comprehenditur. Quare communi spatio duabus lineis AB, BE comprehenso ab utraque summa subtracto relinquitur spa-



بـه المشترك مِن جميعهما بقى حينئذ السطح الذى يحيط به خطا 32 u.
بـا اه مساويًا للمربع الكائن مِن خط بـه وذلك ما اردنا ان نبيّن.·.[1]

الشكل الثانى عشر مِن المقالة الثانية

كل مثلث منفرج الزاوية فان[2] مربع الضلع الذى يُوتّر الزاوية المنفرجة اعظم مِن مربعى الضلعين المحيطين بالزاوية المنفرجة بمثل ضعف السطح الذى يحيط به احد الضلعَين المحيطين بالزاوية المنفرجة والخط الذى يخرج على استقامة هذا [الضلع] ما بين الزاوية المنفرجة ومسقِط العمودِ مثاله ان زاوية ابـج مِن مثلث ابـج منفرجة [وقد] اُخرجَ ضلع جـب على استقامة وقد ارسل مِن نقطة ا عمود اد كما بيّنا ذلك ببرهان يب [مِن] ا فاقول ان المربع الكائن مِن ضلع اج اعظم مِن مجموع المربعين لكائنين مِن ضلعَى اب بـج [بمثل؟] ضعف السطح الذى يحيط به خطا جب بـد برهانه ان خط جد قد انقسم بقسمين على نق[طة ب] فببرهان د مِن ب فان المربع الكائن مِن خط جد مساو لمجوع

---

[1]) In margine est: [قـ]ال الشيخ لان اج احد قسمى اب واج ايضا هو القسم الاخر لانه نصف اب وبـه هو خط غير منقسم فضرب اب فى بـه مثل ضرب بـه فى اج مرتين وهما قسما خط اب

Uir doctissimus dixit: »Quia AG pars est [lineae] AB et AG etiam altera pars est, quoniam dimidia est [lineae] AB, et BE linea non diuisa est, erit $AB \times BE = BE \times AG + BE \times AG$; et utraque pars est lineae AB«.*)

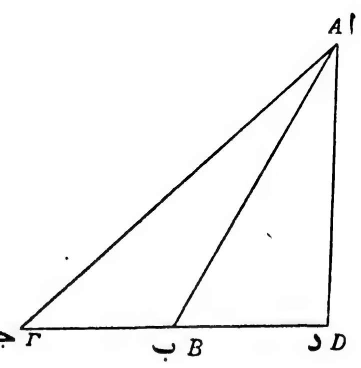
*) Hac nota explicatur, quo modo ex II, 1 concludi possit, esse $2\,AG \times BE = AB \times BE$.

tium duabus lineis *BA*, *AE* comprehensum quadrato lineae *BE* aequale [1]. Q. n. e. d.

Propositio XII libri secundi.

In triangulo obtusiangulo quadratum [2] lateris sub obtuso angulo subtendentis duobus quadratis duorum laterum angulum obtusum comprehendentium maius est spatio aequali duplo eius spatii, quod comprehenditur altero laterum angulum obtusum comprehendentium et lineae, quae in directum huic lateri ducitur, ea parte, quae inter angulum obtusum et perpendicularem posita est.

Exemplificatio. In triangulo *ABG* angulus *ABG* obtusus est. Latere *GB* in directum producto ex I, 12 a puncto *A* perpendicularis *AD* ducitur. Dico, quadratum lateris *AG* summa duorum quadratorum duorum laterum *AB*, *BG* maius esse duplo spatio duabus lineis *GB*, *BD* comprehenso.



---

[2]) In margine est: فاذا اخرج مِن زاويته المنفرجة احد الضلعين المحيطين بها ايهما كان الى مسقط العمود الذى يقع عليه مِن خارج المثلث فان تلبين وتر الزاوية المنفرجة فى مثله اكثر مِن تلبين الضلعين المحيطين بها كل واحد فى مثله مجموعين بمثل تلبين الضلع المخرج منه فيما اخرج الى مسقط العمود مرتين ع
Si alterutrum laterum obtusum eius [sc. trianguli] angulum comprehendentium ad punctum producitur, in quo perpendicularis extra triangulum ducta cum eo concurrit, laterculus lateris angulo obtuso oppositi in se multiplicati summam laterculorum duorum laterum, quae eum comprehendunt, in se multiplicatorum excedit magnitudine, quae aequalis est duplo laterculo lateris producti et lineae inter eam et perpendicularem positae.

المربعين الكائنين مِن قسمى دب بج مع ضعف السطح الذى
يحيط به خطا دب بج فاذا اخذنا المربع الكائن مِن عمود اد
مشتركا فانه يكون مجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى جد دا
مساويًا لمجموع مربعات خطوط جب بد دا مع ضعف السطح
الذى يحيط به خطا جب بد لكن بحسب برهان مو مِن ا يكون
مجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى جد دا مساويًا للمربع الكائن
مِن ضلع اج لان زاوية د قائمة وكذلك مجموع المربعين الكائنين
مِن ضلعَى بد دا مساو للمربع الكائن مِن ضلع اب فالمربع
الكائن مِن ضلع اج اذن مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن
ضلعى اب بج مع ضعف السطح الذى يحيط به ضلع بج وخط
بد فالمربع الكائن من ضلع اج اذن قد تبيّن انه اعظم مِن
مجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى اب بج بضعف السطح
الذى يحيط به ضلع جب وخط بد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴
زيادة قال ايرُن كل مثلث يكون المربع الكائن مِن احد اضلاعِهِ
اعظم مِن مجموع المربعين الكائنين مِن الضلعين الباقيين فان
الزاوية التى يحيط بها ذانك الضلعان مُنفرجَة فليكن مثلث ابج
مربع ضلع بج منه اعظم مِن مجموع مربعى ضلعى با اج فاقول
ان زاوية باج مُنفرجَة برهانه انا نُخرج مِن نقطة ا مِن خط اج
عمود اد مساويا لضلع اب كما بيّنا ذلك ببرهان الشكل المضاف
الى يب مِن ا ونخرج خط جد فلان مربع اب مساو لمربع اد
فانا اذا اخذنا مربع اج مشتركا فانه يكون مجموع المربعين
مِن خطى اب اج يساوى مجموع مربعى دا اج لكنّا فرضنا المربع

Demonstratio. Quoniam linea GD in puncto B in duas partes diuisa est, ex II, 4 quadratum lineae GD aequale est summae duorum quadratorum duarum partium DB, BG cum duplo spatio duabus lineis DB, BG comprehenso. Quadrato igitur perpendicularis AD communi sumpto summa duorum quadratorum duorum laterum GD, DA summae quadratorum linearum GB, BD, DA cum duplo spatio duabus lineis GB, BD comprehenso aequalis erit. Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duorum laterum GD, DA aequalis est quadrato lateris AG, quoniam $\angle D$ rectus est; et eadem ratione summa duorum quadratorum duorum laterum BD, DA quadrato lateris AB aequalis est; itaque quadratum lateris AG aequale est summae duorum quadratorum duorum laterum AB, BG cum duplo spatio latere BG et linea BD comprehenso. Ergo iam demonstratum est, quadratum lateris AG summa duorum quadratorum duorum laterum AB, BG maius esse duplo spatio latere GB et linea BD comprehenso. Q. n. e. d.

Additamentum. Hero dixit: Si in triangulo quadratum cuiuslibet lateris maius est summa duorum quadratorum duorum laterum reliquorum, angulus his duobus lateribus comprehensus obtusus erit.

In triangulo ABG quadratum lateris BG maius sit summa duorum quadratorum duorum laterum BA, AG. Dico, angulum BAG obtusum esse.

Demonstratio. A puncto A lineae AG ex demonstratione propositionis ad I, 12 [scr. I, 11] adiectae perpendicularem AD ducimus lateri AB aequalem. Lineam GD ducimus. Quoniam quadratum AB quadrato AD aequale est, quadrato AG communi sumpto summa duorum quadratorum duarum linearum AB, AG summae duorum quadratorum DA, AG aequalis est. Supposuimus autem, quadratum lateris BG maius esse summa duorum quadratorum duorum laterum AB, AG; ex I, 46 autem summa duorum quadratorum DA, AG aequalis est quadrato lateris DG; itaque quadratum lateris BG maius est quadrato lateris GD;

الكائن مِن ضلع بج اعظم مِن مجموع المربعين الكائنين مِن
ضلعى اب اج لكن بحسب برهان مو من ا يكون مجموع مربعى
دا اج مثل المربع الكائن مِن ضلع دج فاذًا المربع الكائن مِن
ضلع بج اعظم مِن المربع الكائن مِن ضلع جد فضلع بج اذًا
اعظم مِن ضلع جد ولانا فرضنا ضلع دا مثل ضلع اب فاذا اخذنا
ضلع اج مشتركا يكون ضلعا با اج مساويين لضلعى دا اج
وقاعدة بج قد تبيّن انها اعظم مِن قاعدة جد فبحسب برهان
كه مِن ا تكون زاوية باج اعظم مِن زاوية داج لكن زاوية داج
قائمة فزاوية باج منفرجة وذلك ما اردنا ان نبيّن[1]

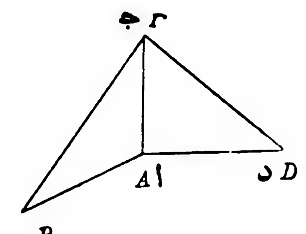
33 r.

الشكل الثالث عشر مِن المقالة الثانية

كل مثلث فانّ[1] المربع الكائن مِن الضلع الذى يوتر الزاوية
زواياهُ الحادّة اصغر مِن مجموع المربعين الكائنين مِن الضلعَين
اللذين يحيطان بزاويته الحادّة بمثل ضعف السطح الذى يحيط به
احد الضلعين المحيطين بالزاوية الحادّة والخط الذى بين تلك
الزاوية وبين مسقط العمود مِن ذلك الضلع مثاله ان زاوية ابج
مِن مثلث ابج حادّة وقد اخرج مِن نقطة ا عمود اد الى ضلع
بج فاقول ان المربع الكائن مِن ضلع اج اصغرُ مِن مجموع
المربعين الكائنين مِن خطى اب ب[ج بم]ثل ضعف السطح الذى
يحيط به خطا جب بد برهانه ان خط بج قد انقسم بقسمين
على نقطة د [فبح]سب برهان ز مِن ب فان المربع الكائن مِن خط
بج مع المربع الكائن مِن خط بد مساو لضعف السطح [الذى]

1) In textu: فزاوية فزاوية باج قائمة منفرجة. Uerbum قائمة erasum est.

quare etiam latus *BG* maius est latere *GD*. Iam quoniam supposuimus, latus *DA* lateri *AB* aequale esse, latere *AG* communi sumpto duo latera *BA*, *AG* duobus lateribus *DA*, *AG* aequalia erunt. Et iam demonstratum est, basim *BG* maiorem esse basi *GD*; itaque ex I, 25 angulus *BAG* angulo *DAG* maior erit. Uerum angulus *DAG* rectus est; ergo angulus *BAG* obtusus est. Q. n. e. d.



Propositio XIII libri secundi.

In quouis triangulo quadratum[1]) lateris sub eo angulorum eius, qui acutus est, subtendentis summa duorum quadratorum duorum laterum angulum acutum comprehendentium minus est duplo spatio comprehenso ab altero laterum acutum angulum comprehendentium et linea, quae sita est inter hunc angulum et punctum, in quod recta ad hoc latus perpendicularis cadit.

Exemplificatio. Angulus *ABG* trianguli *ABG* acutus est, et a puncto *A* ad latus *BG* perpendicularis ducta est *AD*. Dico, quadratum lateris *AG* summa duorum quadratorum duarum line-

---

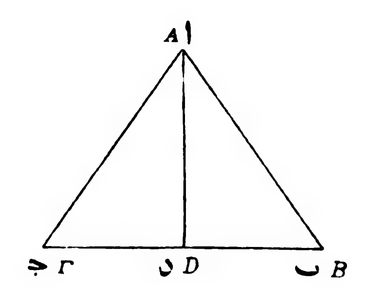
[1]) In margine superiore nota sic recisa:

فان تلبين وتر الزاوية الحادة فى م[ثله]
اقل مِن تلبين الضلعين الباقيين كل واح[د]
فى مثله مجموعين بمثل تلبين الضلع الز[اوية؟]
الذى يقع عليه العمود منهما فيما
بين تلك الزاوية الى مسقط العمود
مّرتين

»Laterculus [lateris] angulo acuto oppositi in se multiplicati laterculis utriusque laterum reliquorum in se multiplicati simul sumptis minor est duplo laterculo lateris [anguli?], in quod perpendicularis cadit, in eam partem multiplicati, quae posita est inter hunc angulum et punctum, in quod cadit perpendicularis.

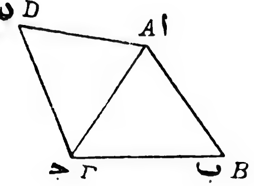
يحيط به خطا جب بد مع المربع الكائن مِن قسم جد فاذا اخذنا
المربع الكائن مِن عمود اد مشتركا [كان] مجموع المربعات
الثلث الكائنات مِن خطوط جب بد اد مساويًا لضعف السطح
الذى يحيط به خطا جب بد مع مجموع المربعين الكائنين مِن
خطى جد دا لكن بحسب برهان مو مِن ا فان مجموع المربعين
الكائنين مِن ضلعى بد دا مساو للمربع الكائن مِن خط
اب لان زاويتى (زاويتى) د قائمتان وبهذا الاستشهاد يتبيّن
ان مجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى اد دج مساو للمربع
الكائن من ضلع اج فيصير مجموع المربعين الكائنين مِن
ضلعى اب بج مساويًا للمربع الكائن مِن ضلع اج مع ضعف
السطح الذى يحيط به خطا بج بد فقد تبيّن ان المربع الكائن
مِن ضلع اج اصغر مِن مجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى اب
بج بضعف السطح الذى يحيط به خطا جب بد وذلك ما اردنا
ان نبيّن قال ايرُن فى عكس هذا الشكل كل مثلث يكون مربع
احد اضلاعه اصغر مِن مربعى الضلعين الباقيين فان الزاوية التى
يحيط به [بها .s] ذانك الضلعان حادّة مثاله ان ضلع بج مِن مثلث
ابج مربعهُ اصغر مِن مجموع مربعى ضلعى اب اج فاقول ان زاوية
باج حادّة برهانه انا نُقيم على نقطة ا مِن خط اج عمودَ اد
مساويًا لضلع اب كما بيّنا ذلك ببرهان يب مِن ا ونصل دج
فانا متى استشهدنا شكل مو مِن ا وشكل مه مِن ا كما استشهدنا
فى الشكل المضاف الذى قبل هذا الشكل اعنى فى الزاوية المنفرجة
نبيّن ان زاوية باج حادّة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

arum AB, $B[G]$ minus esse duplo spatio duabus lineis GB, BD comprehenso.



D e m o n s t r a t i o. Quoniam linea BG in puncto D in duas partes diuisa est, ex II, 7 quadratum lineae BG cum quadrato lineae BD aequale est duplo spatio duabus lineis GB, BD comprehenso cum quadrato partis GD. Iam quadrato perpendicularis AD communi sumpto summa trium quadratorum linearum GB, BD, AD aequalis erit duplo spatio duabus lineis GB, BD comprehenso cum summa duorum quadratorum duarum linearum GD, DA. Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duorum laterum BD, DA aequalis est quadrato lineae AB, quoniam uterque angulus ad D positus rectus est; et eadem ratione demonstratur, summam duorum quadratorum duorum laterum AD, DG aequalem esse quadrato lateris AG; itaque summa duorum quadratorum duorum laterum AB, BG quadrato lateris AG cum duplo spatio duabus lineis BG, BD comprehenso aequalis est. Ergo demonstratum est, quadratum lateris AG summa duorum quadratorum duorum laterum AB, BG minus esse duplo spatio duabus lineis GB, BD comprehenso. Q. n. e. d.

D i x i t H e r o: Conuersio huius propositionis haec est: in quouis triangulo, in quo quadratum unius laterum eius minus est duobus quadratis duorum laterum reliquorum, angulus duobus illis lateribus comprehensus acutus erit.*)



E x e m p l i f i c a t i o. In triangulo ABG quadratum lateris BG minus est summa duorum quadratorum duorum laterum AB, AG. D i c o, angulum BAG acutum esse.

*) Cfr. Scholl. in Elem. II nr. 84 (V p. 253, 21 sq.).

الشكل الرابع عشر مِن المقالة الثانية

نريد ان نبيّن كيف نعمل سطحا مربعا مساويا لمثلث معلوم فليكن المثلث المفروض مثلث ابج ونريد ان نبيّن كيف نعمل سطحا مربعا مساويا لمثلث ابج فنعمل سطحا متوازى الاضلاع قائم الزوايا مساويا لمثلث ابج كما بينا عملَه ببرهان مب مِن ا وليكن سطح دح فان كان سطح دح مربعا فقد عملنا ما اردنا عملَه وان كان مختلف الاضلاع فننزل ان ضلع ده اعظم مِن ضلع هح ونخرج ده على الاستقامة حتى يصير ما اخرجناه مساويا لخط هح وليكن هط ثم نقسم دط بنصفين على نقطة ك كما بيّنا قسمتَهُ ببرهان ى مِن ا ونخط على مركز ك وببعد كك نصف دائرة دلط ونخرج مِن نقطة ه عمود هل كما بيّنا اخراجَهُ ببرهان يب مِن ا ونخرج كل فلان خط دط قد قسم بنصفين على نقطة ك وبقسمين مختلفين على نقطة ه فبحسب برهان ه مِن ب فانّ السطح الذى يحيط به خطا ده هط مع المربع الكائن مِن خط كه مساو للمربع الكائن مِن خط كط لكن كط مثل كل لانهما خرجا مِن المركز الى المحيط فالسطح الذى يحيط به خطا ده هط مع المربع الكائن مِن خط كه مساو للمربع الكائن مِن خط كل لكن بحسب برهان مو مِن ا يكون المربع الكائن مِن خط كل مساويا لمجموع المربعين الكائنين من خطى كه هل لان زاوية كهل قائمة فالسطح الذى يحيط به خطا ده هط مع المربع الكائن مِن خط [كه] مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى كه هل فنُسقط مربع كه المشترك فيبقى ال[سط]ح الذى يحيط 33 u.

Demonstratio. Ex I, 12 [S. 11] in puncto A lineae AG perpendicularem AD lateri AB aequalem erigimus et DG ducimus. Adhibitis igitur propositionibus I, 46 et I, 45 [scr. 25], sicut factum est in propositione ante hanc propositionem adiecta, scilicet in angulo obtuso, demonstrabimus, angulum BAG acutum esse. Q. n. e. d.

Propositio XIV libri secundi.

Nobis demonstrandum est, quo modo spatium quadratum triangulo dato aequale construamus.

Datus triangulus sit triangulus ABG. Demonstrandum igitur, quo modo spatium quadratum triangulo ABG aequale construamus.

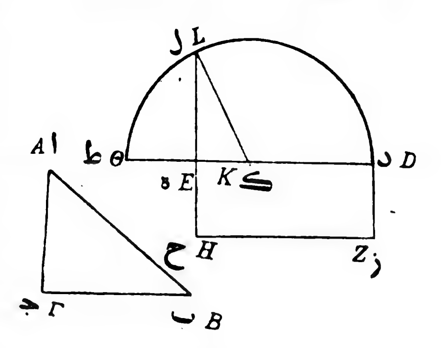
Ex I, 42 spatium parallelogrammum rectangulum triangulo ABG aequale construimus; sit DH. Si igitur spatium DH quadratum est, iam construximus, quod nobis erat construendum. Sin latera inaequalia habet, latus DE latere EH maius esse supponimus et DE in directum producimus, donec linea a nobis ducta aequalis fiat lineae EH; sit $E\Theta$. Iam [linea] $D\Theta$ in puncto K ex I, 10 in duas partes aequales diuisa centro K et radio KK [S. KD] semicirculum $DL\Theta$ describimus et ex I, 12 a puncto E perpendicularem EL erigimus lineamque KL ducimus. Quoniam igitur linea $D\Theta$ in puncto K in duas partes aequales diuisa est et in puncto E in duas partes inaequales, ex II, 5 spatium duabus lineis DE, $E\Theta$ comprehensum cum quadrato lineae KE aequale erit quadrato lineae $K\Theta$. Sed $K\Theta = KL$, quoniam utraque a centro ad ambitum circuli ducta est; itaque spatium duabus lineis DE, $E\Theta$ comprehensum cum quadrato lineae KE aequale est quadrato lineae KL. Sed ex I, 46 quadratum lineae KL aequale est summae duorum quadratorum duarum linearum KE, EL, quoniam angulus KEL rectus est; itaque spatium duabus lineis DE, $E\Theta$ comprehensum cum quadrato lineae KE summae duorum quadratorum duarum linearum*) KE, EL aequale est. Sub-

*) Supra p. 71 sq.

به خطا ده هط مساويًا للمربع الكائن مِن خط هل وكنّا اخرجنا هط مساويًا ﻟ[ضلـ]ـع هح فالسطح الذى يحيط به خطا ده هح اذًا مساو للمربع الكائن مِن خط هل لكن السطح [الذ]ى يحيط به خطا ده هح هو سطح دح فسطح دح اذًا مساو للمربع الكائن مِن خط هل لكن سطح دح مساو لمثلث ابج فالمربع الكائن مِن خط هل اذًا مساو لمثلث ابج فقد اصبنا ضلع المربع المساوى لسطح دح و هو خط هل † مساو لمثلث ابج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ تمت المقالة الثانية مِن كتاب اوقليدس



tracto igitur quadrato *KE*, quod commune est, relinquitur spatium duabus lineis *DE*, *EΘ* comprehensum quadrato lineae *EL* aequale. Sed [latus] *EΘ* lateri *EH* aequale ductum est; itaque spatium duabus lineis *DE*, *EH* comprehensum aequale erit quadrato lineae *EL*. Uerum spatium duabus lineis *DE*, *EH* comprehensum spatium *DH* est; spatium igitur *DH* quadrato lineae *EL* aequale est. Sed spatium *DH* triangulo *ABG* aequale est; quare quadratum lineae *EL* triangulo *ABG* aequale est. Ergo lineam *EL* inuenimus latus quadrati spatio *DH* aequalis, quod [?] aequale est triangulo *ABG*. Q. n. e. d.



Finis libri secundi libri Euclidis.



